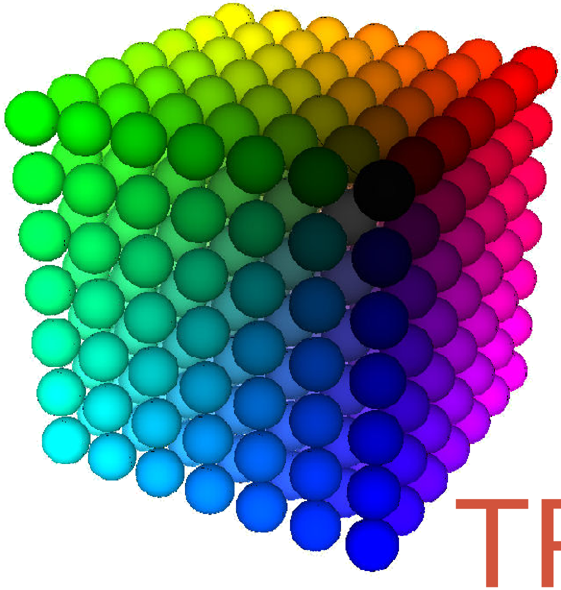
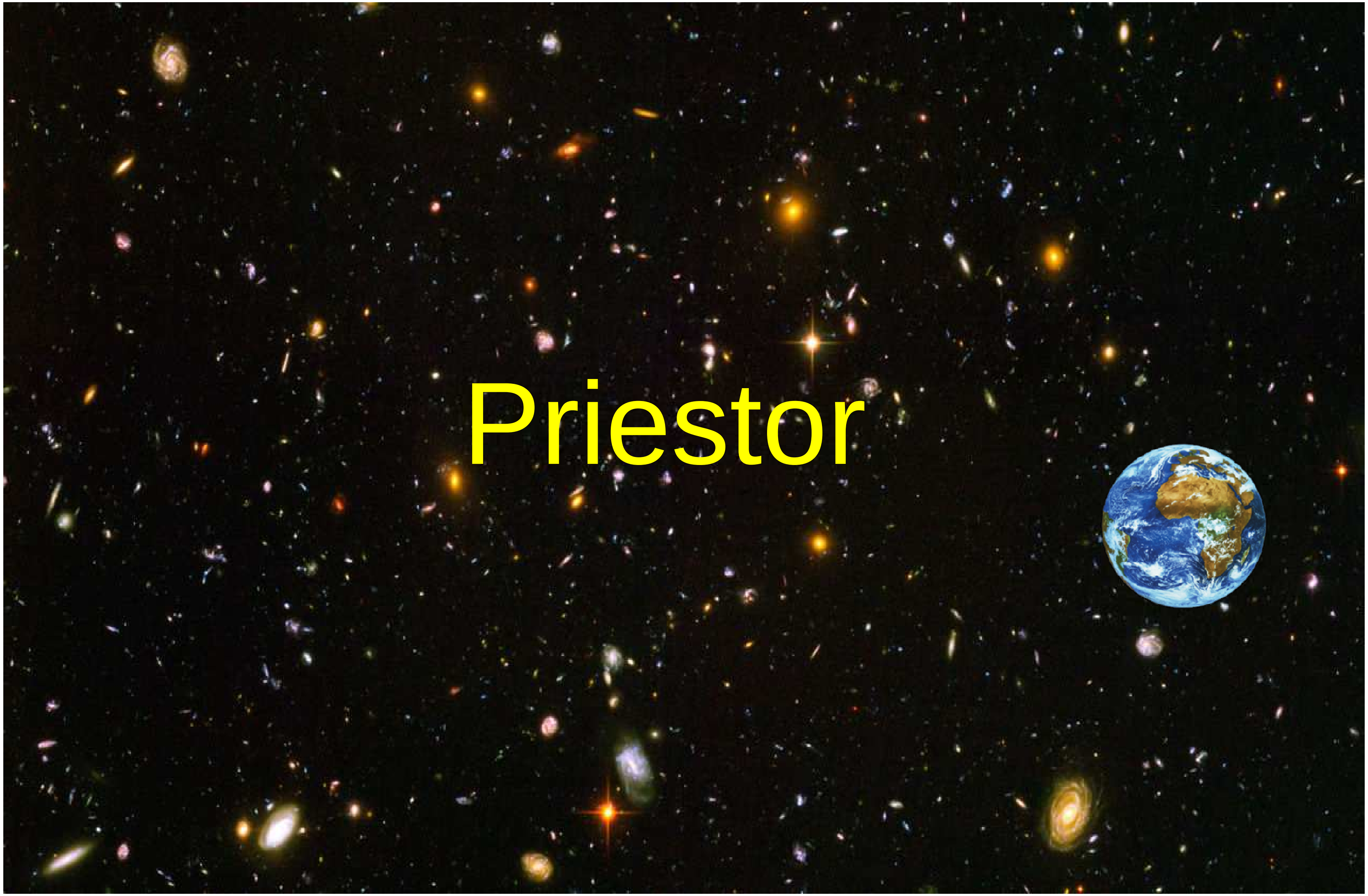


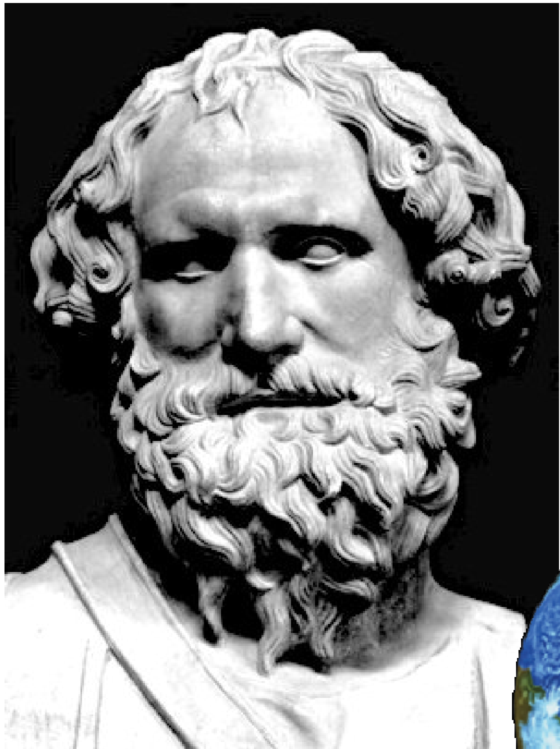
PRIESTOR
a
TRANSFORMÁCIE

doc. Ing. Branislav Sobota, PhD.
Katedra počítačov a informatiky
FEI TU Košice

Priestor

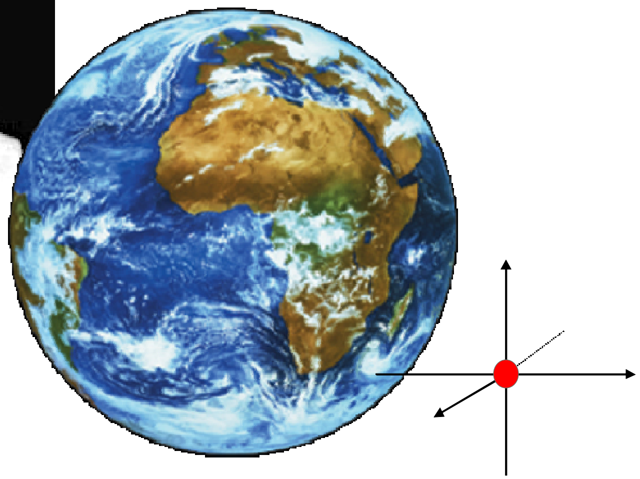


Priestor a sústavy



Archimedes
287-212 pred Kr.
Syrakúzy

„Dajte mi pevný bod a ja pohnem zemeguľou.“



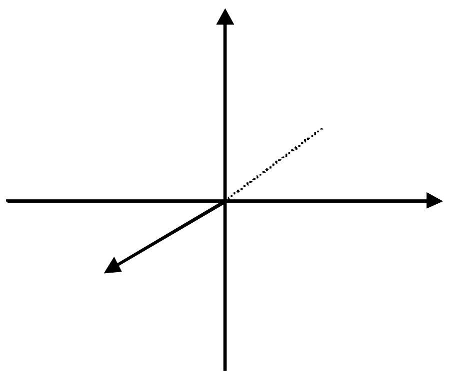
Rozmer (dimenzia) priestoru

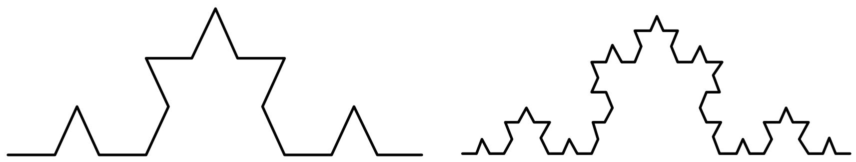
- *Číselný*
- Nečíselný

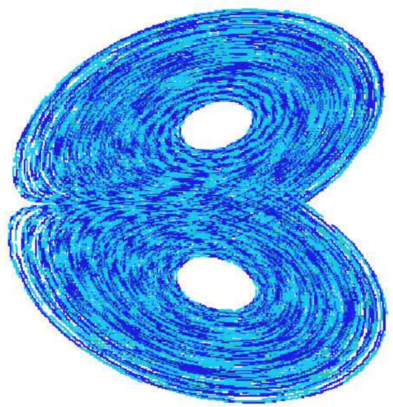
- *topologická*
- *Hausdorffová*
- *fraktálna*
- *dimenzia sebepodobnosti*
- *kapacitná dimenzia*
- *informačná*
- *...*

Rozmer (dimenzia) priestoru

- *Celočíselný (topologický) rozmer (0,1,2,3,4 ....),* *celočíselná metrika*
- Neceločíselný rozmer (2.6 a pod.)







Hausdorfova dimenzia

Hausdorffova dimenzia je zovšeobecnením pojmu *topologická dimenzia*. V prípade, že sa jedná o jednoduché geometrické objekty, tak dimenzia topologická sa rovná dimenzii Hausdorffovej

Táto dimenzia sa vytvára pomocou kružníc opísaných nad príslušným objektom, pričom rozmer predstavuje počet priesečníkov. Ich počet sa najčastejšie vyjadruje pomocou logaritmov.

Hausdorfova dimenzia

Nech *X* je kompletný metrický priestor s metrikou *d*. Pre všetky podmnožiny *A* množiny *X* a ε >0, definujeme ε-*okolie A* takto:

$$A_\varepsilon = \{x \in X \mid d(x,y) \le \varepsilon, \ \ y \in A\}$$

Pre ľubovoľnú podmnožinu *A* a *B* je Hausdorffová dimenzia definovaná takto:

$$h(A,B) = \inf\{\varepsilon \mid A \subset B_\varepsilon \wedge B \subset A_\varepsilon\}$$

znázornenie ε-*okolia* množiny *A*

Hausdorfova dimenzia

Inak je možné Hausdorffovu dimenziu definovať aj takto: Nech K je dĺžka celkového počtu $N(\varepsilon)$ úsečiek dĺžky ε, ktoré sú potrebné k aproximácii (pokrytí) krivky. Pre dĺžku K platí vzťah:

$K = N(\varepsilon)\ \varepsilon\ D$; kde D je *Hausdorffova dimenzia*

Ak budeme dĺžku úsečky ε neustále skracovať, potom platí:

$$K = \lim N(\varepsilon)\ \varepsilon^D = \lim \varepsilon^D / \varepsilon$$

Pre $D > 1$ je dĺžka K nekonečná, ak je $D < 1$ potom $K = 0$

Takto je *Hausdorffova dimenzia* neceločíselná a vyjadruje mieru členitosti.

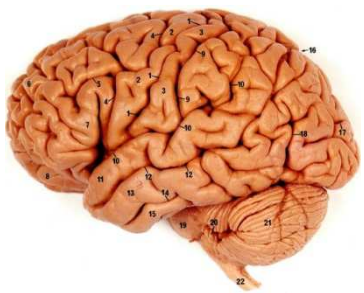
Hausdorfova dimenzia

Krivky ktoré majú všade deriváciu sú hladké a ich topologická dimenzia sa rovná Hausdorffovej

Existujú objekty, pre ktoré je *K = 1* ale *D* je neceločíselné, prípadne celočíselné ale vyššie.

Tieto objekty nemôžeme merať v ich topologickej dimenzii. Dĺžka takýchto objektov, ktoré majú topologickú dimenziu 1 je nekonečná, pričom ich plocha je nulová. Napr. pre tieto krivky, ktoré zaplňujú celú plochu, je ich topologická dimenzia rovná jednej a Hausdorffova dvom. Je dokázané, že miera členitosti objektov závisí od presnosti merania.

Okolo nás sa nachádzajú objekty, ktoré sú pre nás bežné ale ich Hausdorffova dimenzia je rôzna od dimenzie topologickej, napr. mozog má Hausdorffovú dimenziu rovnú 2,76; povrch pľúc 2,17; pobrežie zemepisných útvarov 1,26



Rozmer objektov (topologicky)

- *0-rozmerný objekt (bod)*
- 1-rozmerný objekt (priamka, úsečka)
- 2-rozmerný objekt (plocha)
- 3-rozmerný objekt (teleso)

Všetky geometrické objekty, sa dajú spojitou transformáciou previesť na vyššie uvedené objekty ak majú rovnakú topologickú dimenziu

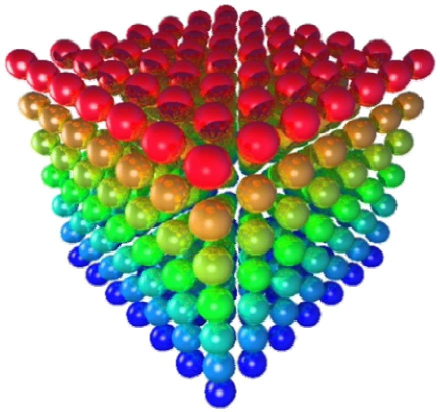
Všetky geometrické objekty, môžu reprezentovať vyššie uvedené objekty, ak majú rovnakú alebo nižšiu topologickú dimenziu

Reprezentácia objektov

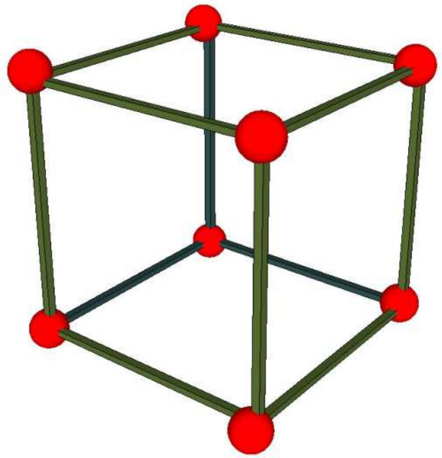
0 - *Systémy založené na množine bodov – mračná bodov (**Points clouds**)*
1 - *systémy založené na drôtovom modely (**Wire Frame Model**)*
2 - *systémy založené na povrchovom modely modely (**Surface Model**)*
3 - *systémy založené na objemovom modely (**Solid Model**)*

Reprezentácia objektov

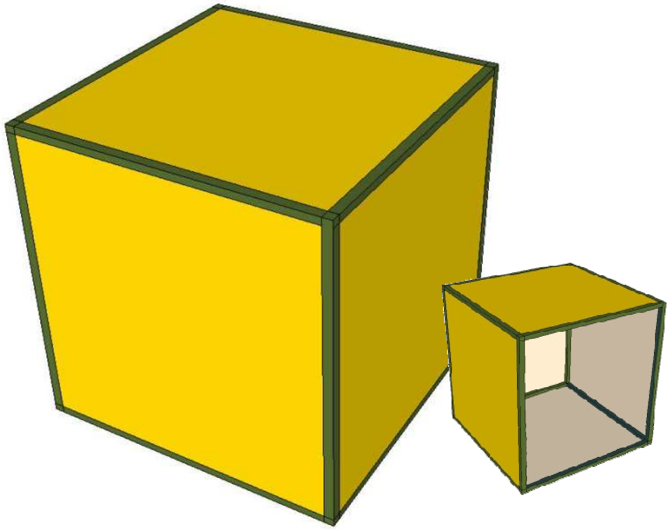
0



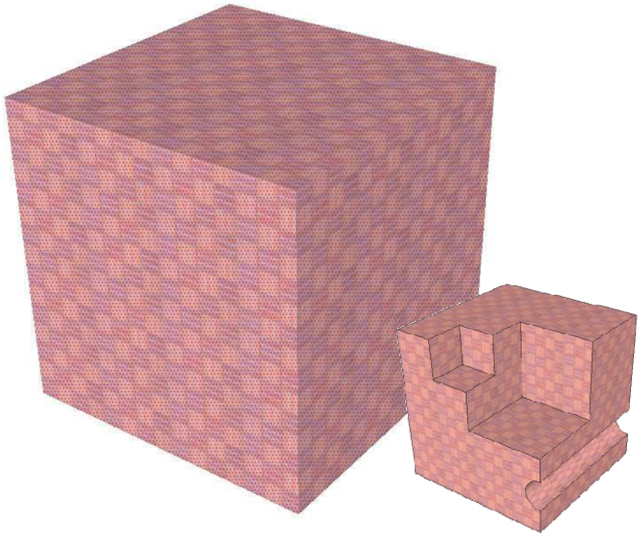
1



2



3



Reprezentácia scén

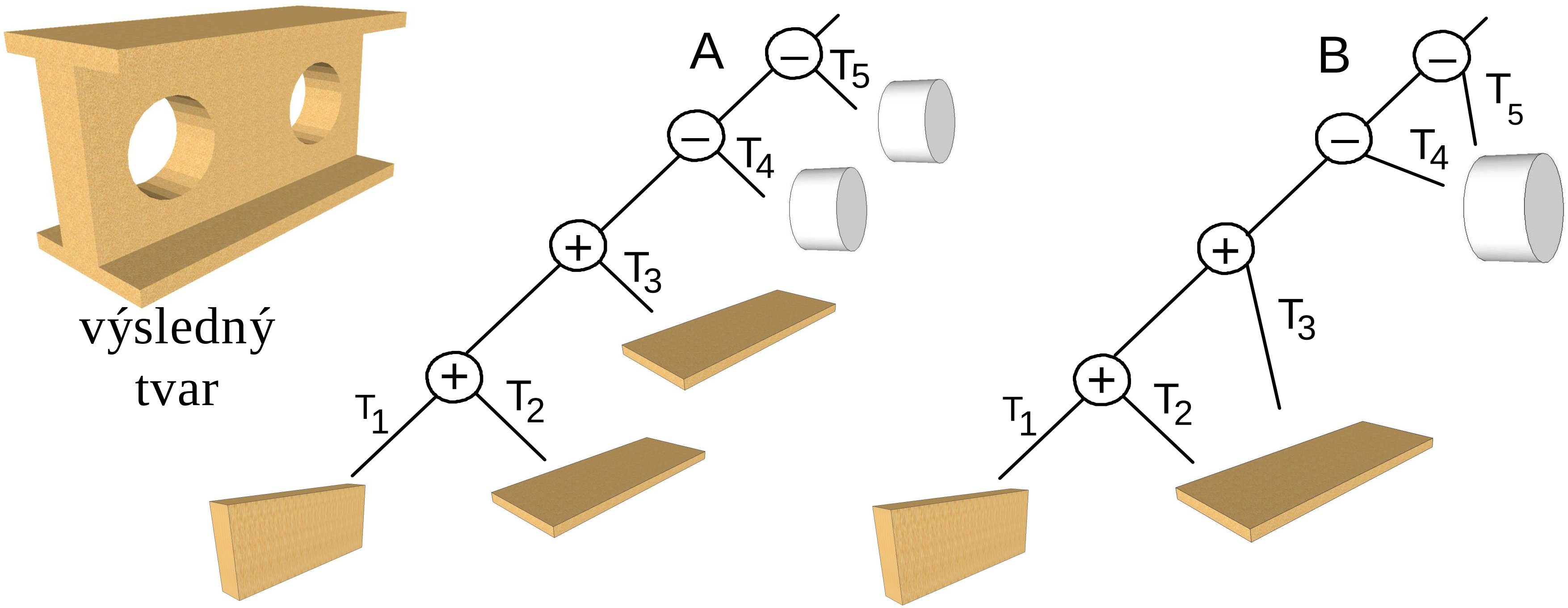
- *Konštruktívna geometria telies – CSG (Constructive Solid Geometry)*
- *Hraničná reprezentácia - B-rep (Boundary Representation)*

CSG reprezentácia

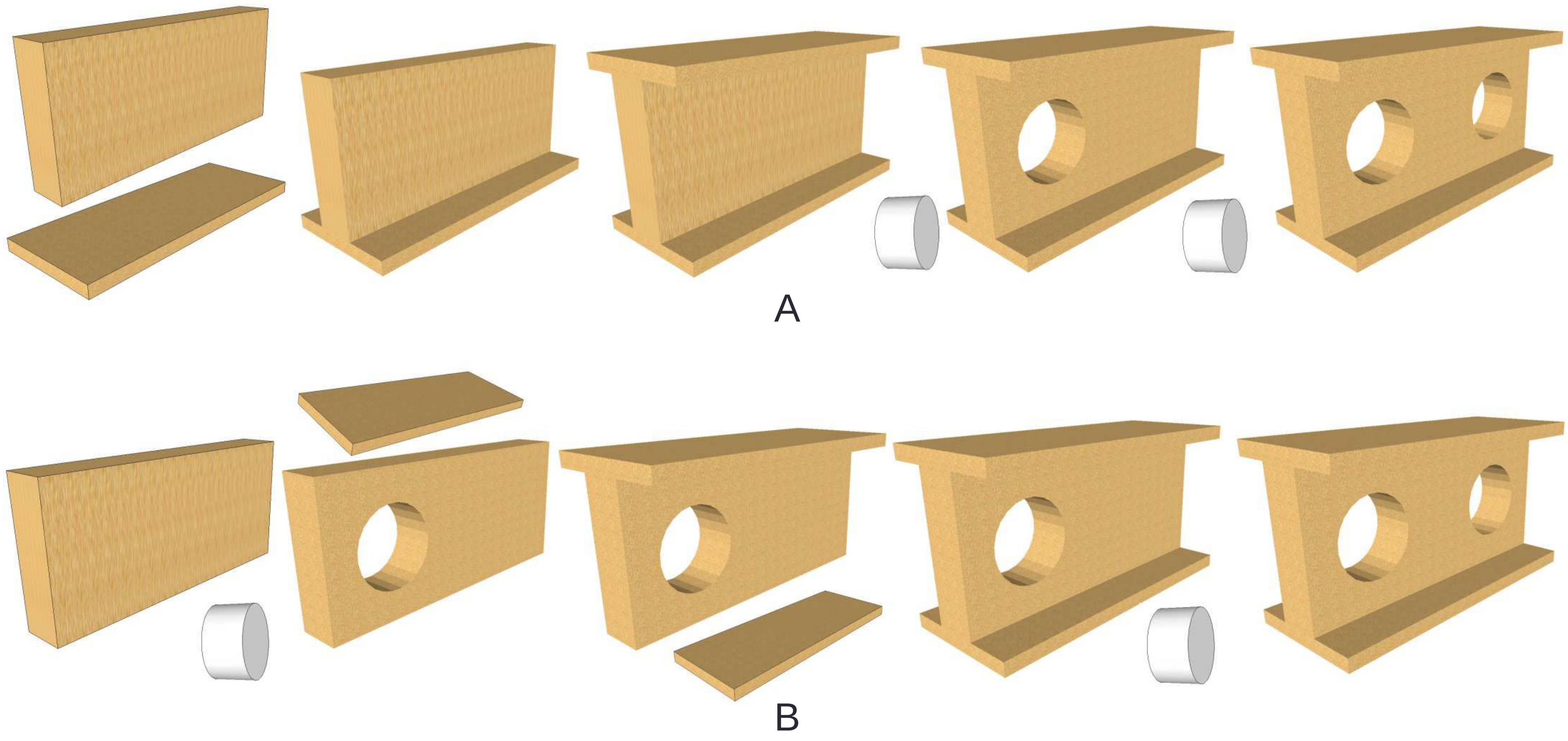
Je definovaná abstraktnou údajovou štruktúrou: **strom**

- Listy stromu definujú jednotlivé atomárne elementy, z ktorých sa následne objekt skladá
- Uzly stromu definujú operácie medzi atomárnymi elementami/objektami a/alebo prípadne vzniknutými subobjektami na danej úrovni stromu
- Hrany stromu definujú transformácie atomárnych elementov a/alebo subobjektov vstupujúcich do rodičovského uzla
- v Koreni stromu je už definovaný celý objekt

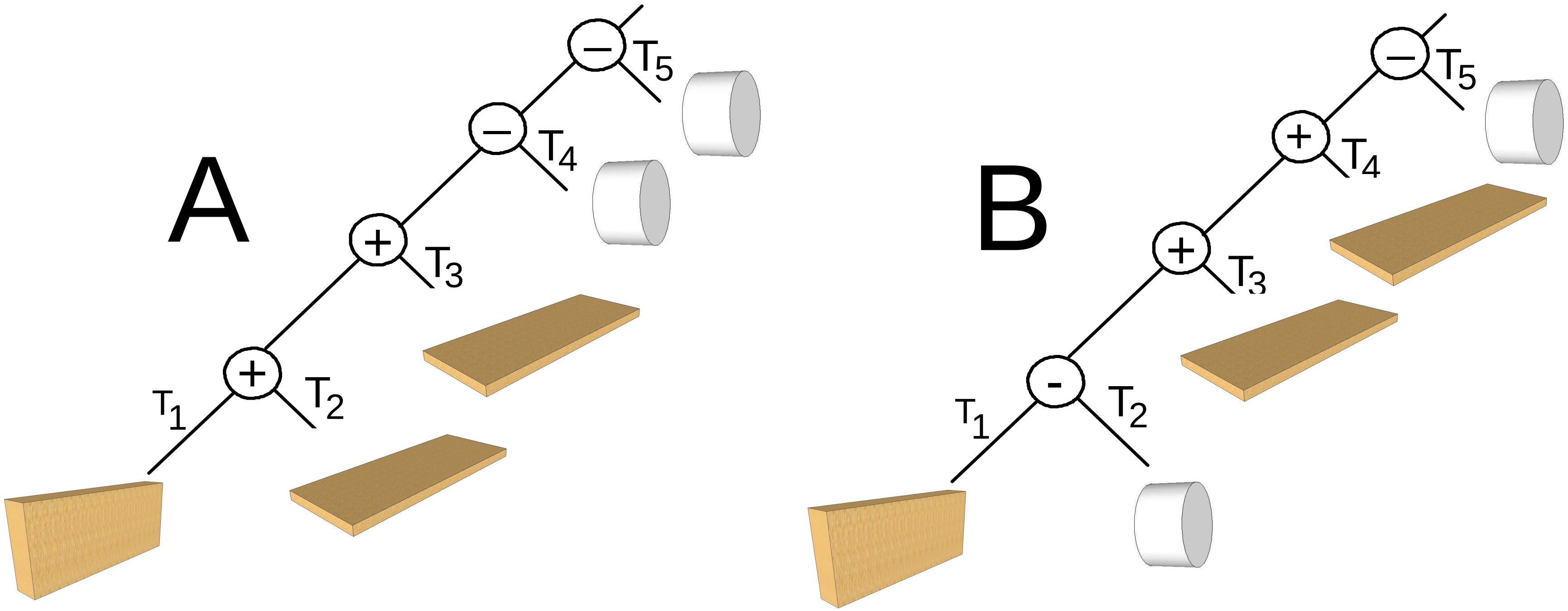
CSG reprezentácia



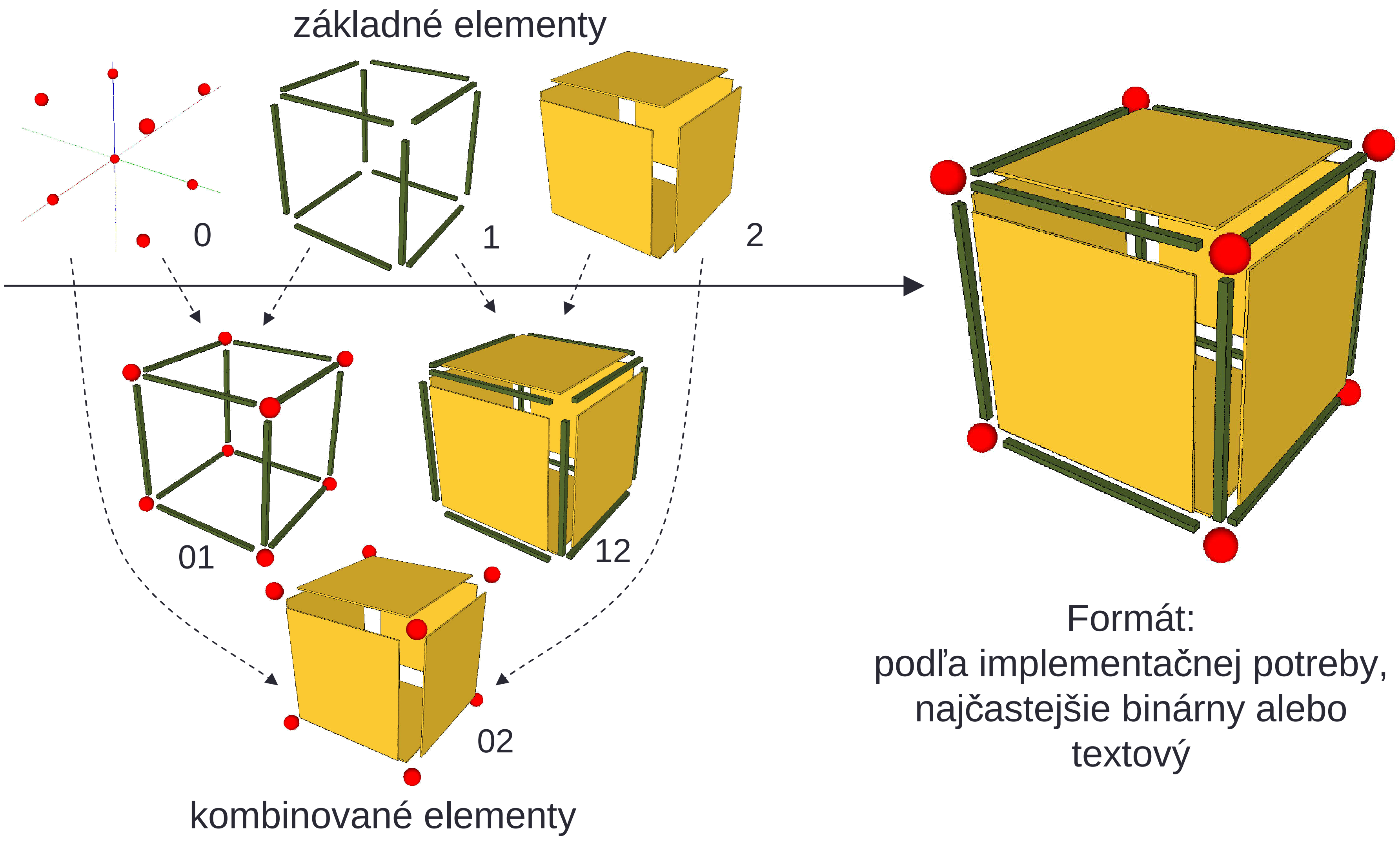
CSG reprezentácia



CSG reprezentácia

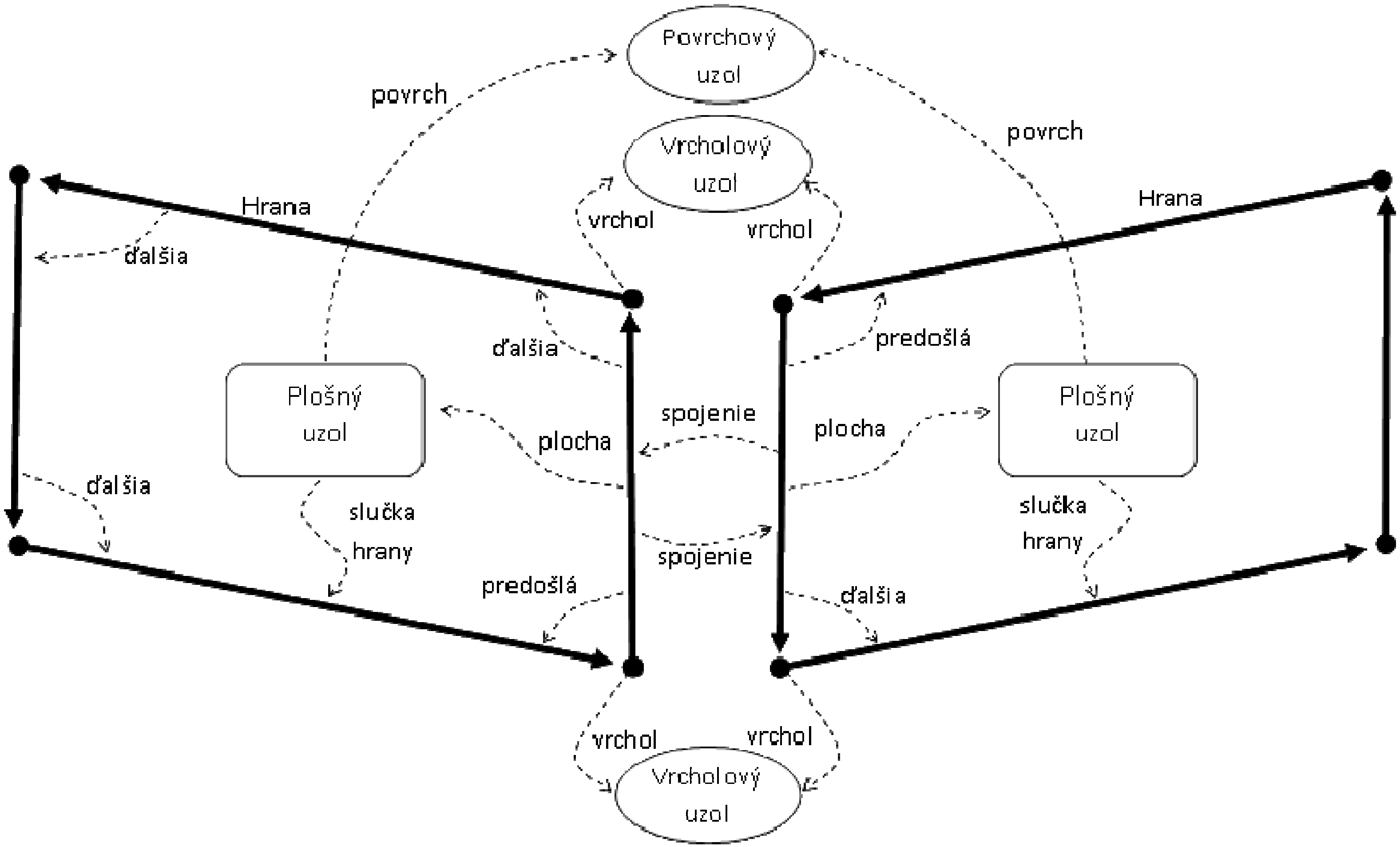


Hraničná reprezentácia



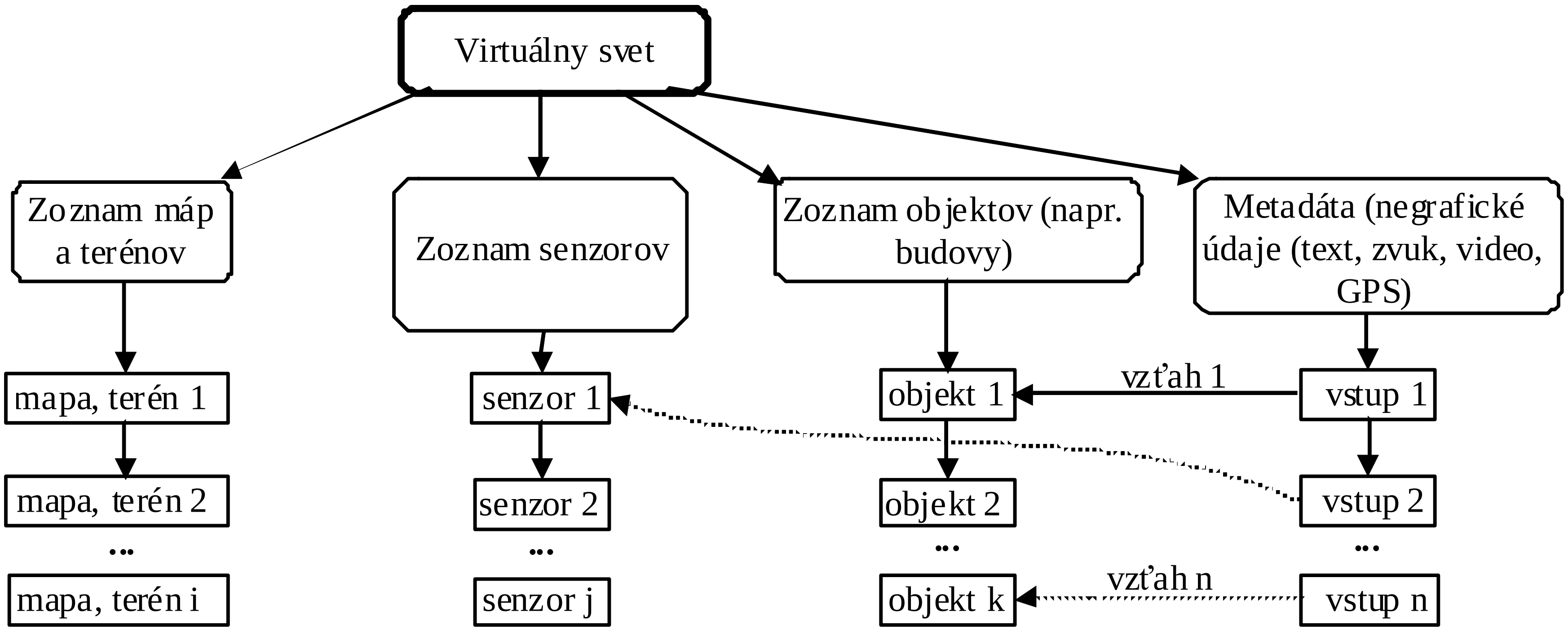
Formát:
podľa implementačnej potreby,
najčastejšie binárny alebo
textový

Hraničná reprezentácia



Rozšírená hranová (winged-edge) štruktúra

Reprezentácia virtuálneho sveta



Prvky virtuálneho sveta

Popisné prostriedky

- *deskriptívne prostriedky pre popis virtuálneho priestoru, objektov, scén*

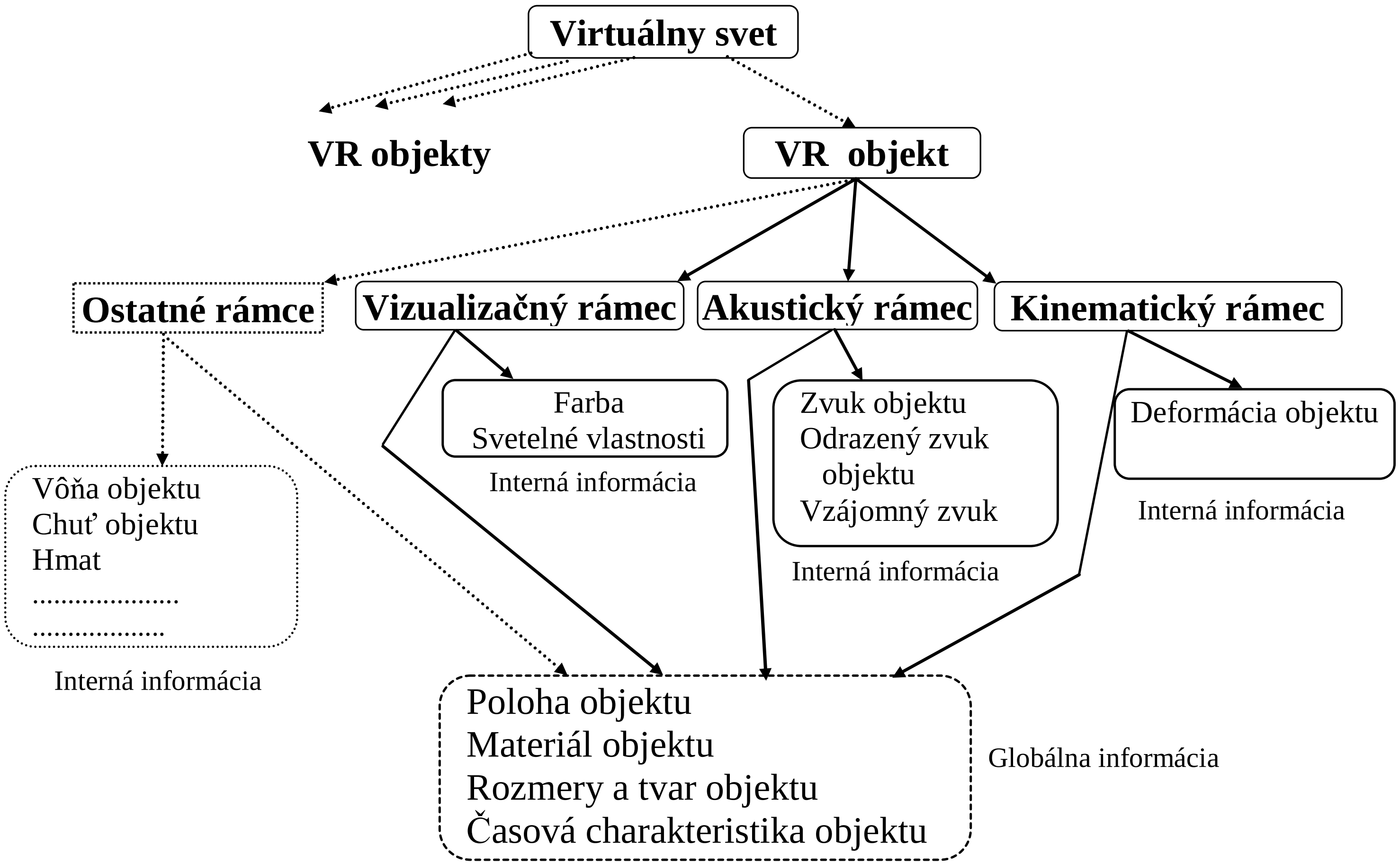
  (VRML (Virtual Reality Modeling Language), OpenInventor, XML)

- *skriptovacie prostriedky pre popis transformácií virtuálnych priestorov, objektov, scén*

  (RUBY, Python, LUA, XML)

http://www.w3.org/MarkUp/VRML/ ,
http://www.ruby-lang.org/en/ , http://www.python.org/ , http://www.lua.org/

Popis virtuálneho sveta



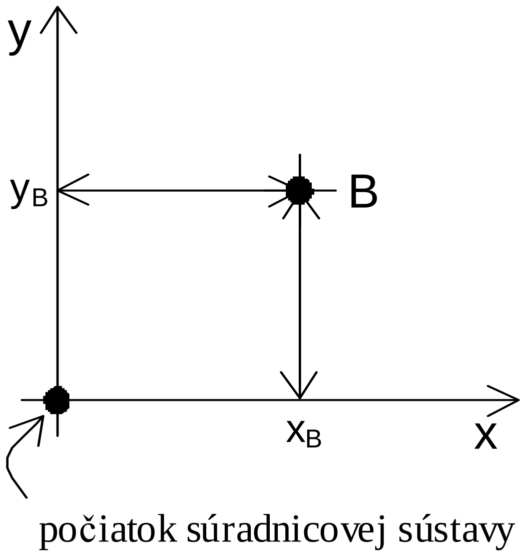
Rámce virtuálneho objektu z pohľadu definície

Súradnicové sústavy - typy

- *Karteziánska súradnicová sústava*
- *Polárna (3D - sférická) súradnicová sústava*

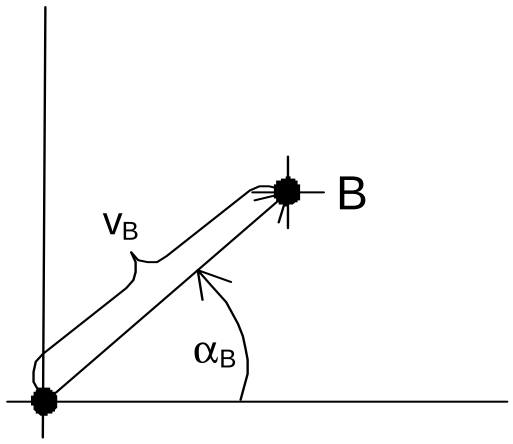
pravouhlé karteziánske súradnice bodu B:

$B[x_B, y_B]$



polárne súradnice bodu B:

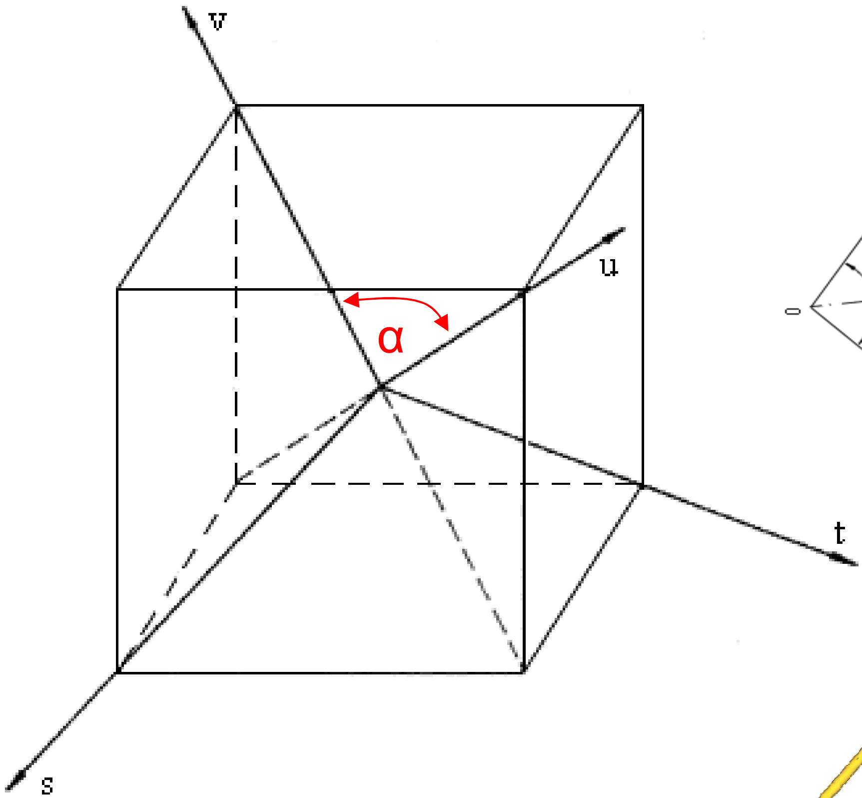
$B[v_B, \alpha_B]$

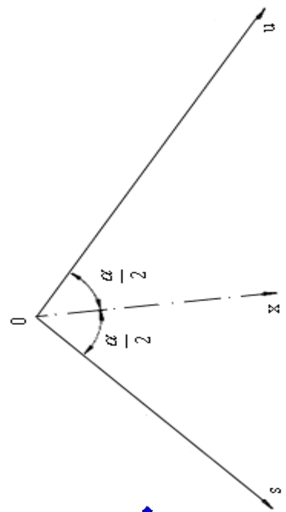


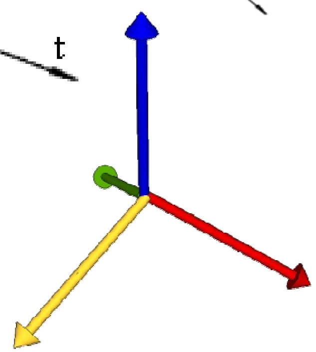
Súradnicové sústavy - typy

- *Disfenoid*

semi-os *x* symetrická o uhol α
semi-os *y* symetrická o uhol α v "α - rovine" *(t,u)*
semi-os *z* symetrická o uhol α v "α - rovine" *(u,v)*
semi-os ξ symetrická o uhol α v "α - rovine" *(t,v)*
semi-os η symetrická o uhol α v "α - rovine" *(s,v)*
semi-os ζ symetrická o uhol α v "α - rovine" *(s,t)*.



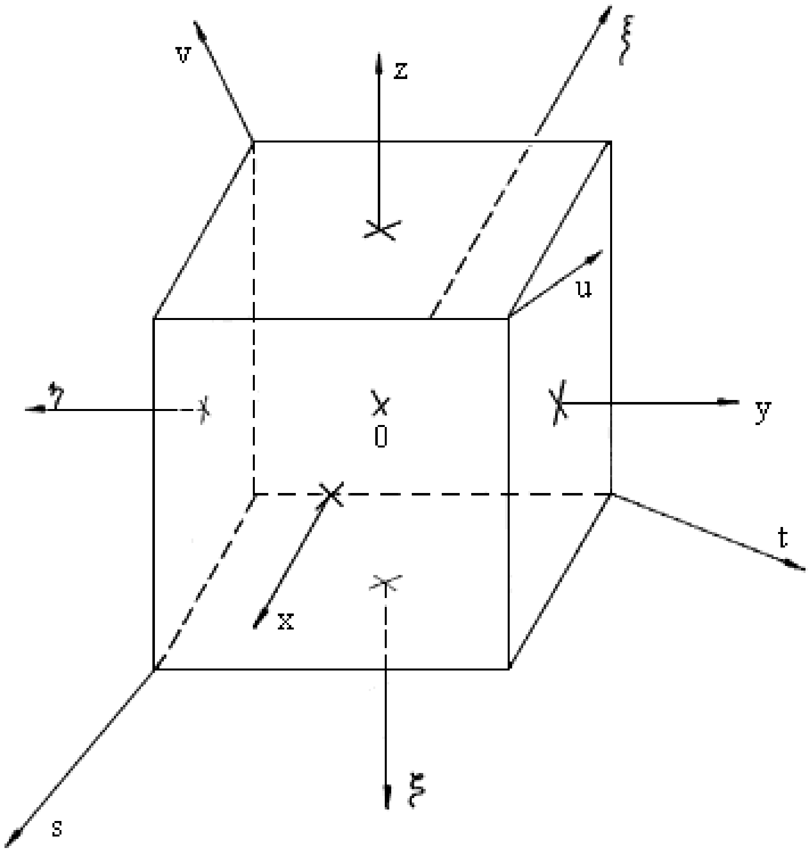




Súradnicové sústavy - typy

- *Disfenoid*

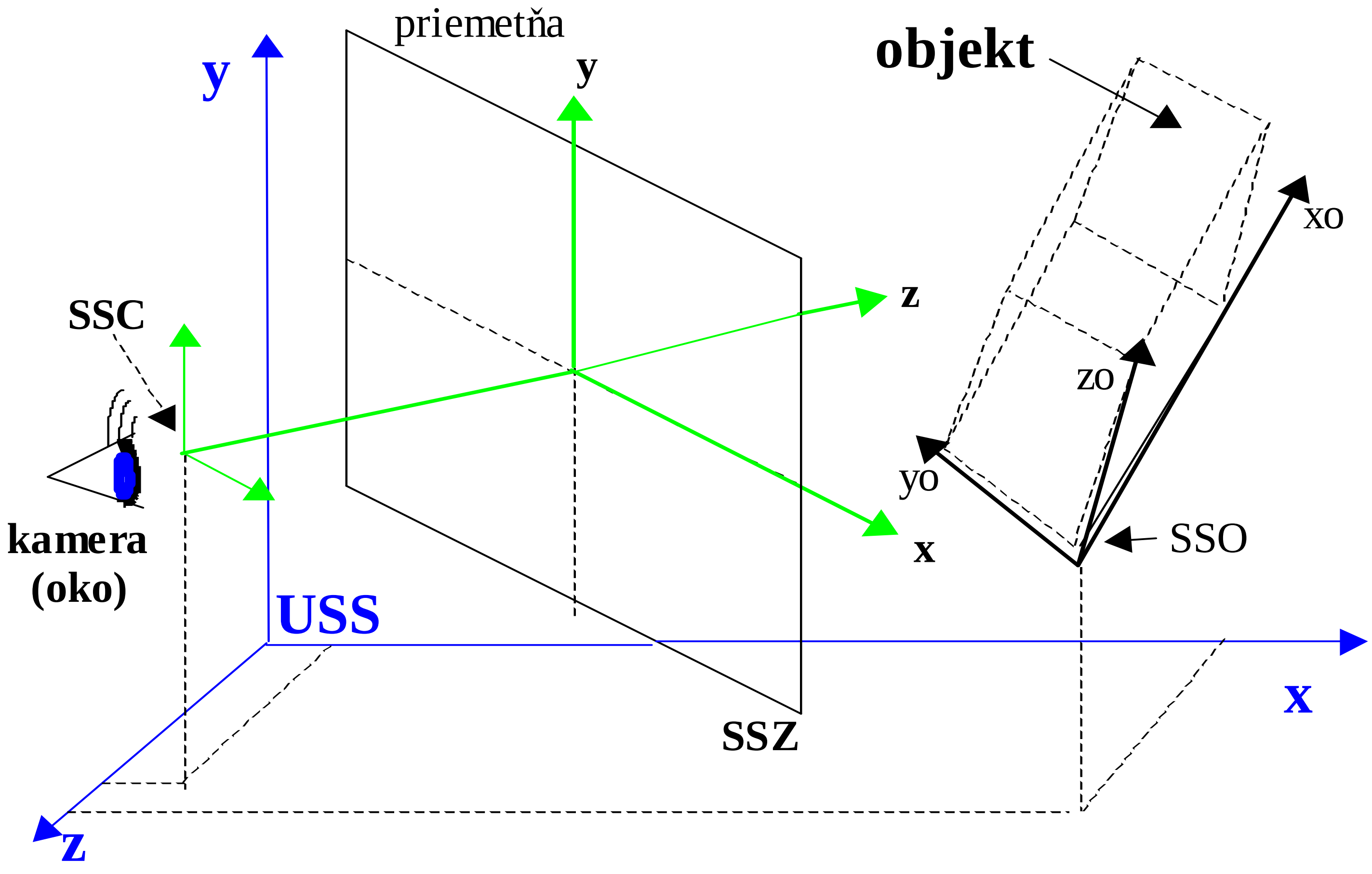
(s,t,u,v) a (x,y,z, ξ, η, ζ)



Súradnicové sústavy

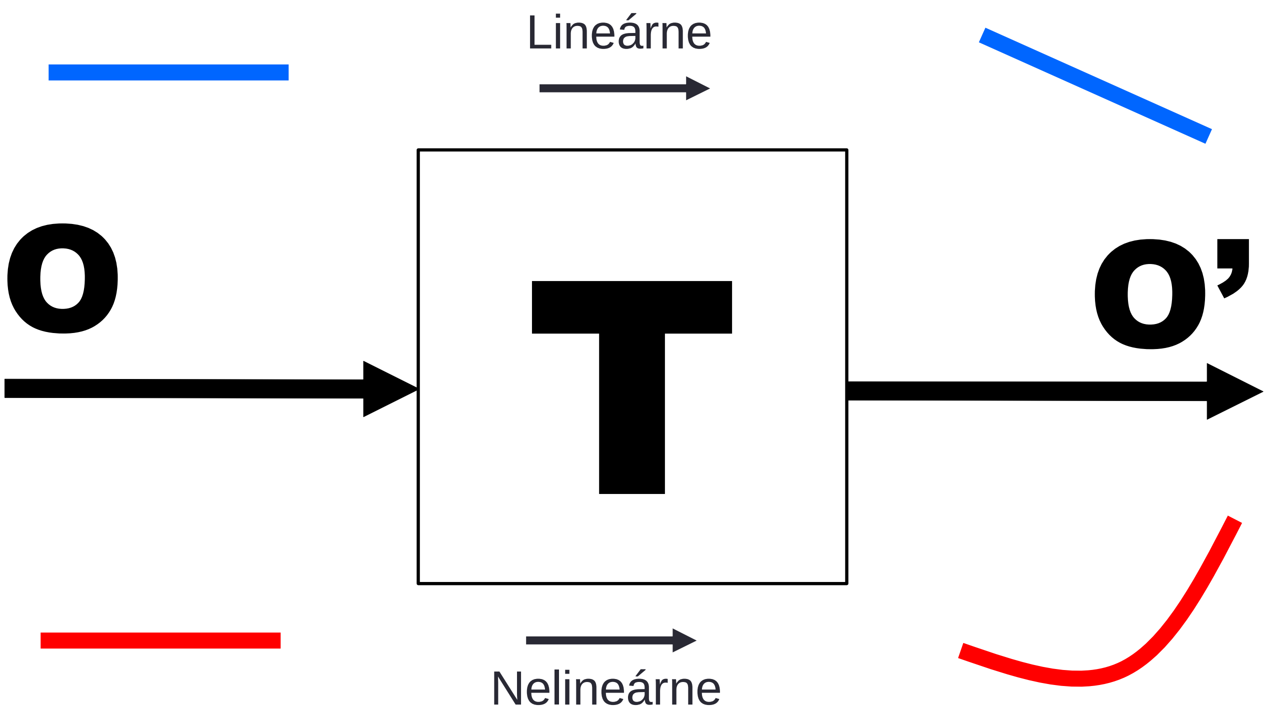
- *USS - Univerzálna (Používateľská, Globálna) Súradnicová Sústava*
- *SSO - Súradnicová Sústava Objektu*
- *NSS - Normalizovaná Súradnicová Sústava*
- *SSZ - Súradnicová Sústava Zariadenia*
- *SSC - Súradnicová Sústava kamery*
- *SST – Súradnicová Sústava Textúry*

Súradnicové sústavy



Transformácie

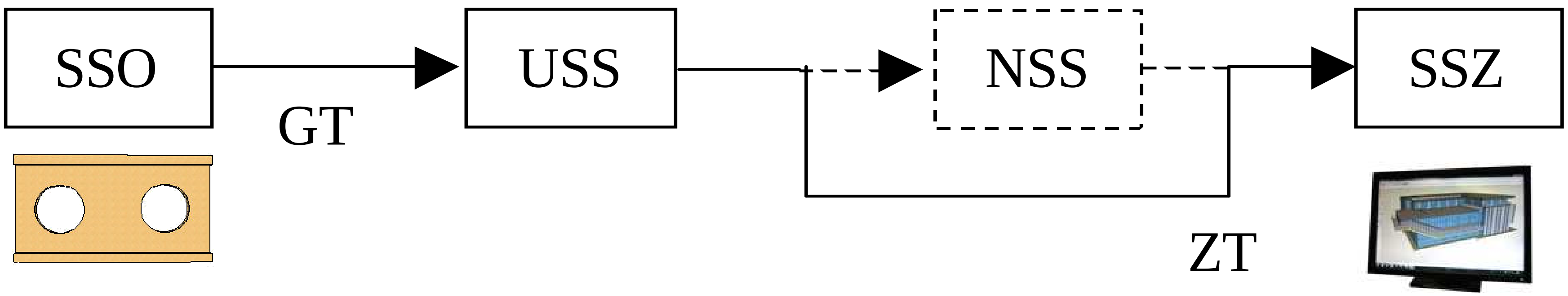
- *Lineárne* -
- *Nelineárne* -



Zobrazovacie transformácie

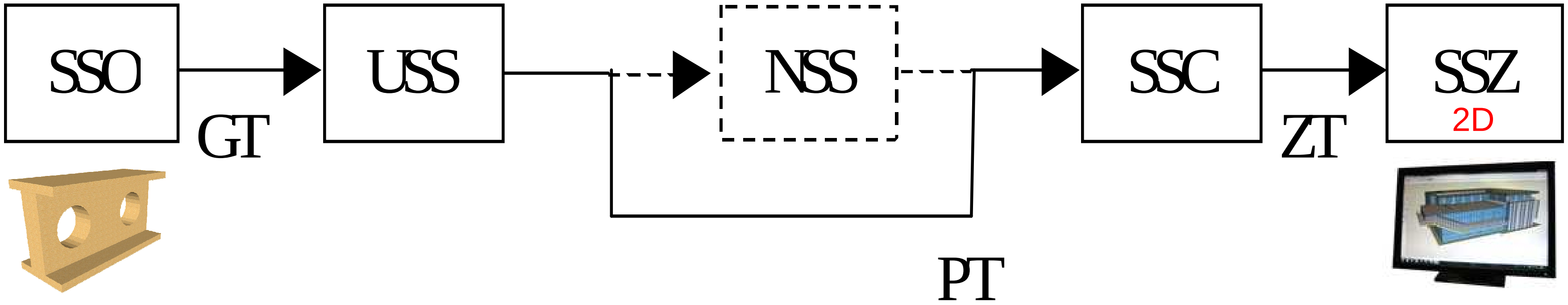
- *Globálna (geometrická) transformácia GT,*
- *Pohľadova transformácia PT,*
- *Zobrazovacia (premietacia) transformácia ZT*

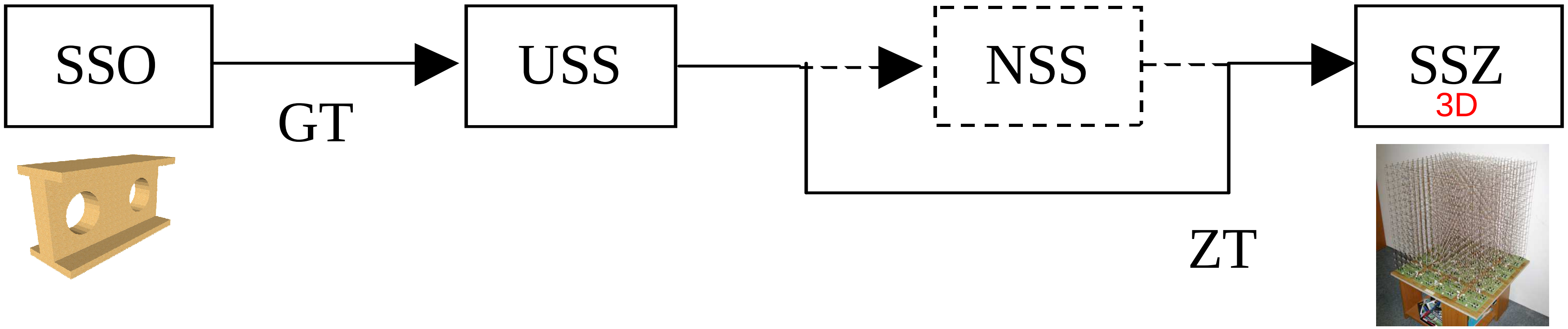
Transformačné zobrazovacie reťazce



2D

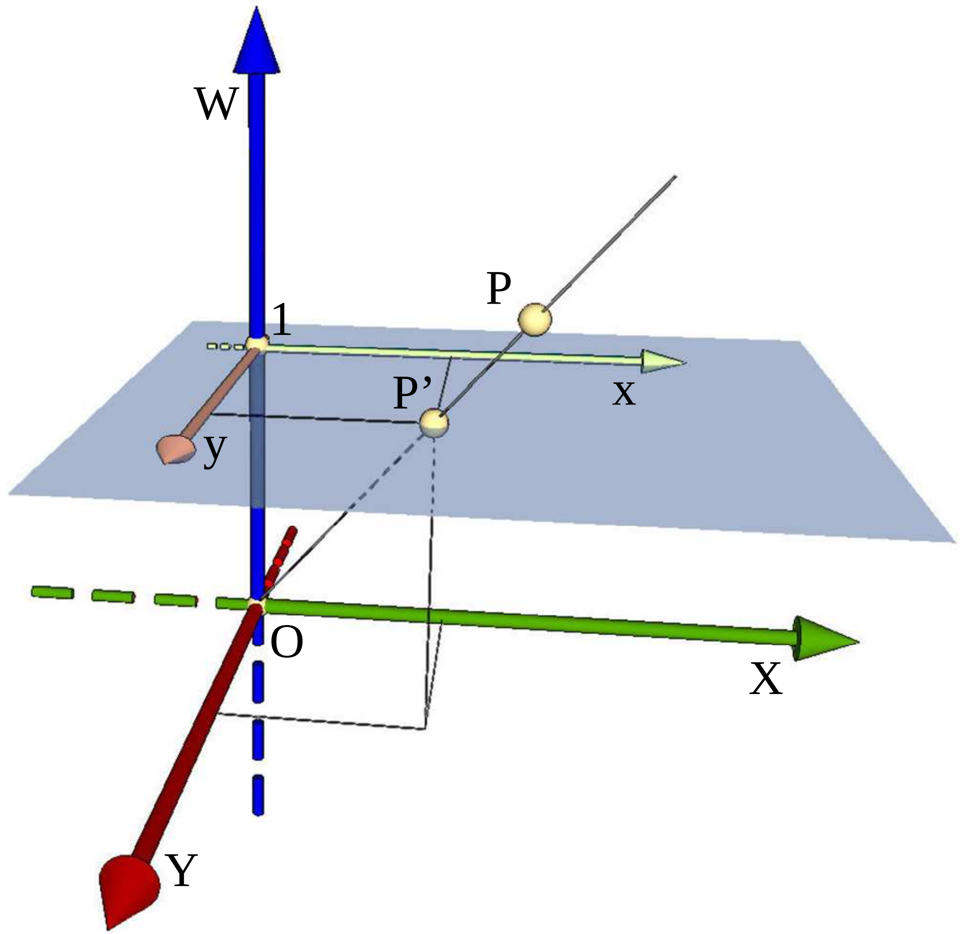
Transformačné zobrazovacie reťazce





3D

Homogénne súradnice



Homogénne súradnice

$$\varphi(X,Y,W)=\begin{cases}\left(\dfrac{X}{W}\quad\dfrac{Y}{W}\right) & ak\quad W\neq 0\\ smer.\quad (X,Y) & ak\quad W=0\end{cases}$$

$$[xw,\ yw]\equiv[x,\ y,\ w] \qquad \left[\frac{x}{w},\frac{y}{w}\right]\equiv[x,\ y,\ w] \qquad \text{pre 2D}$$

alebo

$$[xw,\ yw,\ zw]\equiv[x,\ y,\ z,\ w] \qquad \left[\frac{x}{w},\frac{y}{w},\frac{z}{w}\right]\equiv[x,\ y,\ z,\ w] \qquad \text{pre 3D}$$

Geometrické transformácie

$$\left[x', y'\right] = \mathbf{T} * \left[x, y\right] \qquad \text{v 2D}$$

$$\left[x', y', z'\right] = \mathbf{T} * \left[x, y, z\right] \qquad \text{v 3D}$$

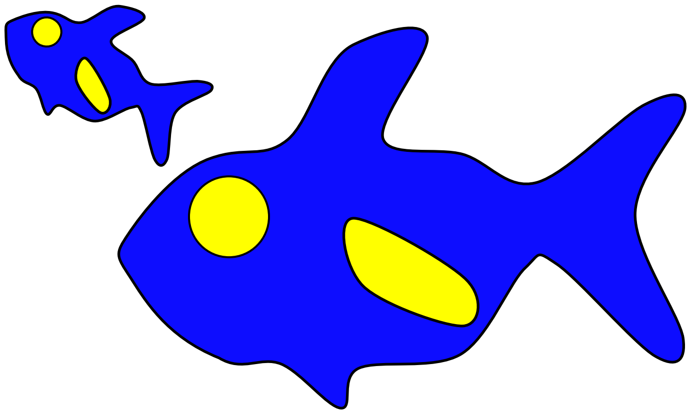
Geometrické transformácie

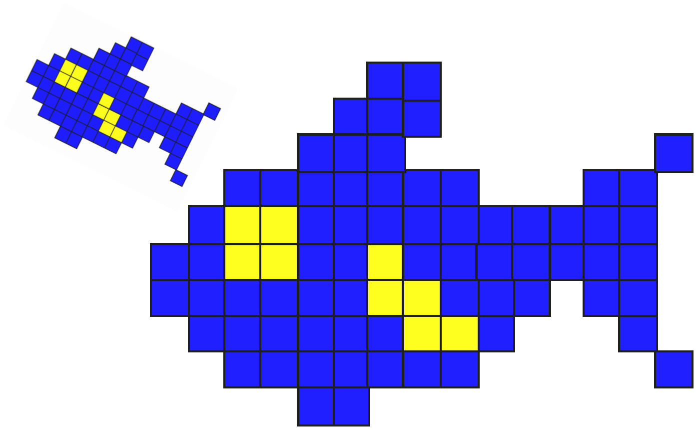
- *zrkadlenie*
- *zmena mierky*
- *posunutie*
- *skosenie*
- *otočenie*

Afinné transformácie

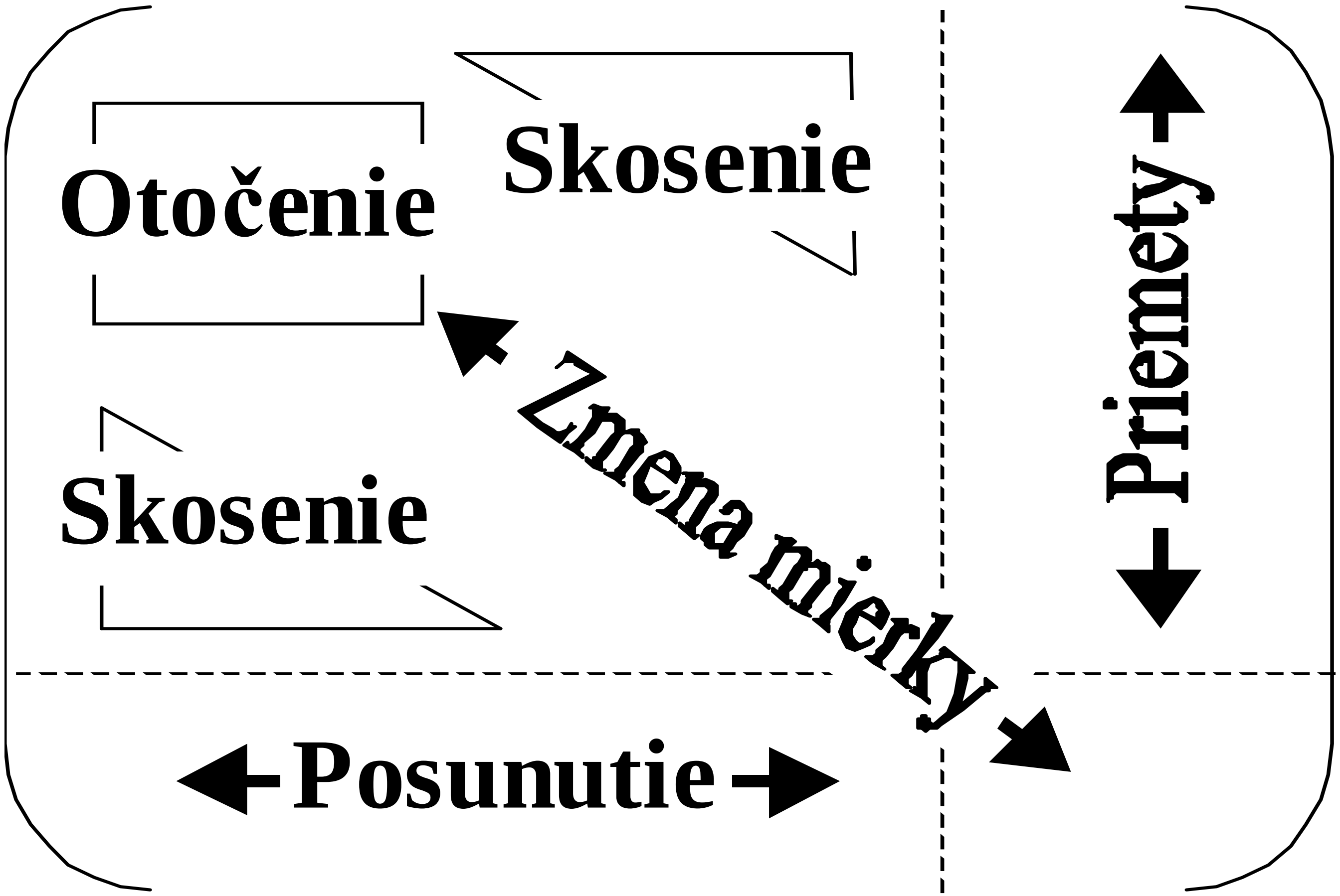
Implementácia geometrických transformácií

- *implementácia pre vektorové objekty*
- *implementácia pre rastrové objekty*

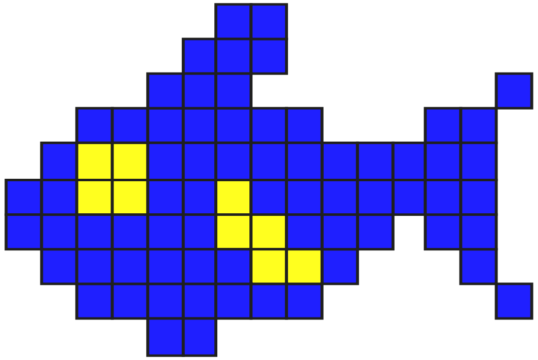




Rozmiestnenie parametrov transformačných matíc



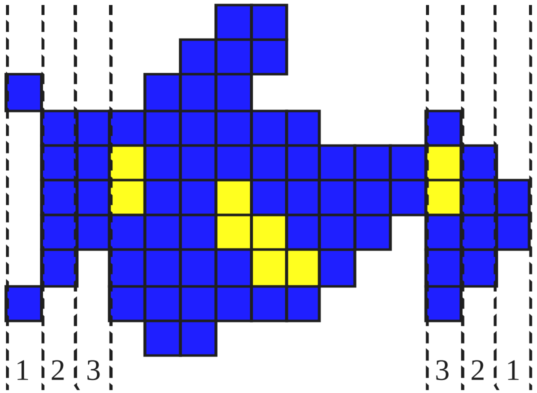
Zrkadlenie



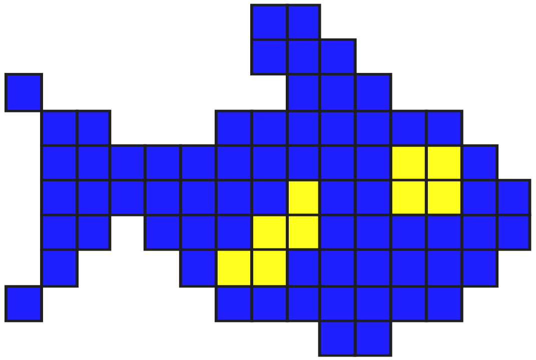
originál

0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

maska

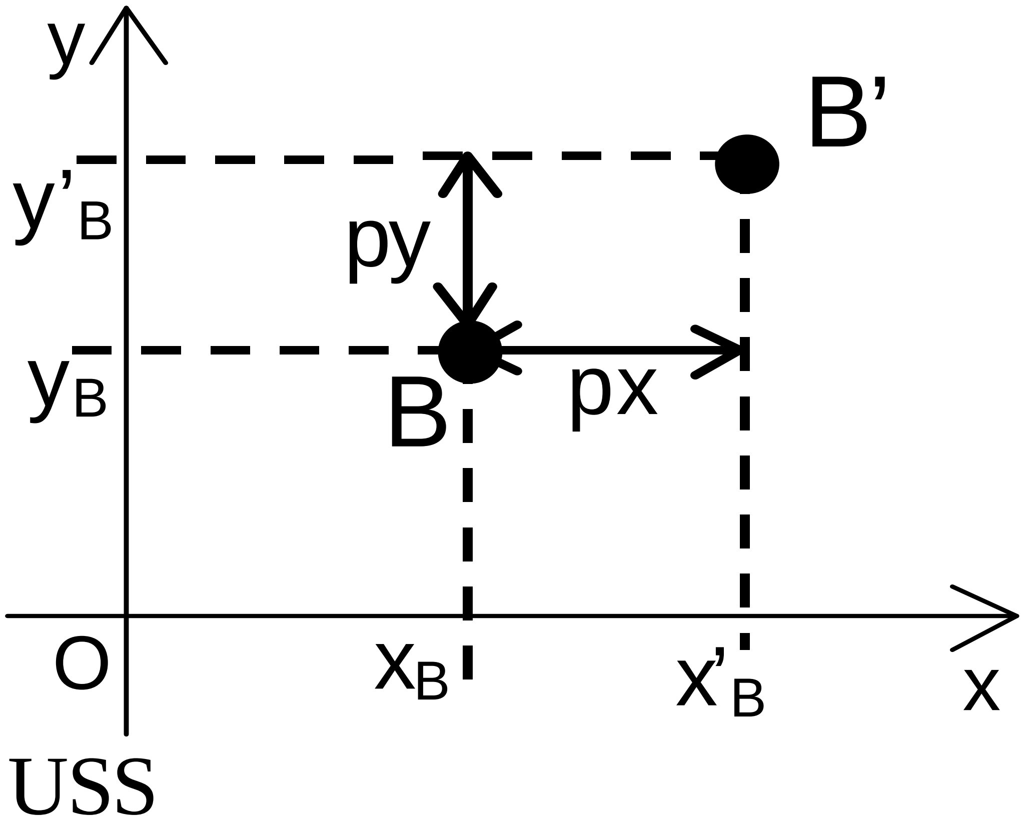


prvé 3 kroky zrkadlenia

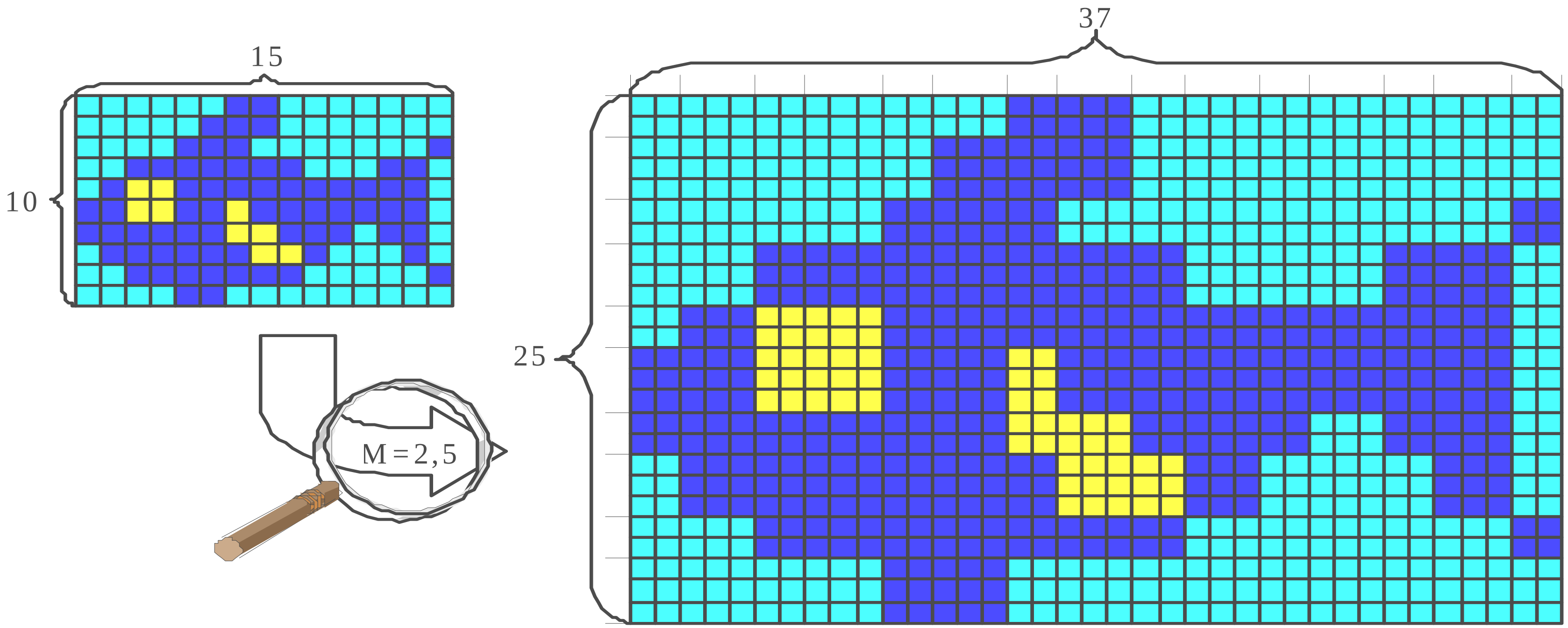


výsledok

Posunutie



Zmena mierky - zväčšenie



Zmena mierky - zväčšenie

1. vypočíta sa predpokladaný nový rozmer (NR) rastra
2. určí sa celočíselná a desatinná časť koeficientu zmeny mierky
3. vykoná sa test, či desatinná *časť koeficientu zmeny mierky je väčšia ako 0.5*.
4. určí sa pomocný *výpočtový nový priamy koeficient (PK)*. Tento *nový koeficient* je buď totožný s *celočíselnou časťou koeficientu zmenu mierky* (ak desatinná časť koeficientu zmeny mierky *M* bola ≤ 0.5) alebo je o 1 vyčší (ak desatinná časť koeficientu zmeny mierky M bola > 0.5). Potom nový korekčný koeficient (KK) je určený presne opačne ako priamy koeficient.
5. následne sa vypočíta veľkosť rozmeru rastra (CR), ak by bol koeficient zmeny mierky len celá časť *M*.
6. zistí sa celočíselný rozdiel (Δ) medzi *výpočtovým novým rozmerom* a *celočíselným rozmerom* aby sa zistilo, koľko bodov je nutné ešte doplniť.
7. vypočíta sa korekčný krok (CK) (z originálneho počtu krokov t.j. originálneho rozmeru), ktorý bude určovať, kedy sa vykoná zmena celočíselného koeficientu zmeny mierky o 1 (+ alebo – podľa toho či nebola alebo bola desatinná časť koeficientu zmeny mierky > 0.5), teda kedy sa vlastne použije korekčný koeficient KK.
8. nakoniec sa vykoná konečné priradenie *celočíselnej štandardnej (priamej) hodnoty* koeficienta zmeny mierky a *celočíselného korekčného koeficienta* v jednotlivých krokoch.

Zmena mierky – zväčšenie (príklad)

M =2,2

15 10 → x 2,2 → 33 22

originálny rozmer (OR) nový rozmer (NR)

$0{,}2 < 0{,}5 \Rightarrow$ priamy koeficient (PK) = 2; korekčný koeficient (KK) = 3

x PK → 30 20

celočíselný rozmer (CR)

$\Delta x = |NRx - CRx| = 33 - 30 = 3$

$\Delta y = |NRy - CRy| = 22 - 20 = 2$

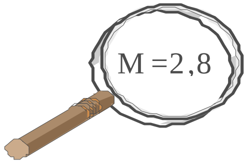
$CKx = int(ORx / \Delta x) = int(15 / 3) = 5$

$CKy = int(ORy / \Delta y) = int(10 / 2) = 5$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	2	2	3	33

1	2
2	2
3	2
4	2
5	3
6	2
7	2
8	2
9	2
10	3
	22

Zmena mierky – zväčšenie (príklad)



15
10
originálny rozmer (OR)

x 2,8

42
28
nový rozmer (NR)

0,8 > 0,5 ⇒ priamy koeficient (PK) = 3
korekčný koeficient (KK) = 2

x PK

45
30
celočíselný rozmer (CR)

Δx = | NRx - CRx | = |42 – 45| = 3
Δy = | NRy - CRy | = |28 – 30| = 2

CKx = int (ORx / Δx) = int (15 / 3) = 5
CKy = int (ORy / Δy) = int (10 / 2) = 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	42

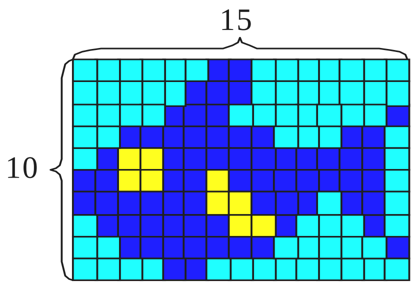
1	3
2	3
3	3
4	3
5	2
6	3
7	3
8	3
9	3
10	2
	28

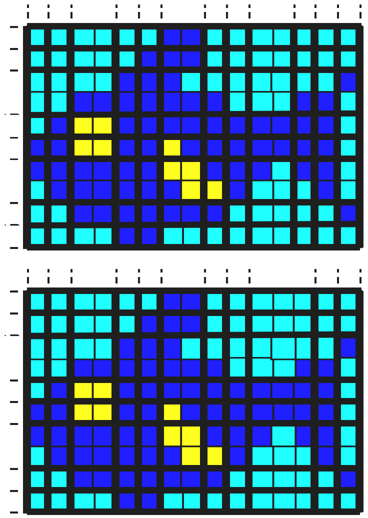
Zmena mierky - zmenšenie

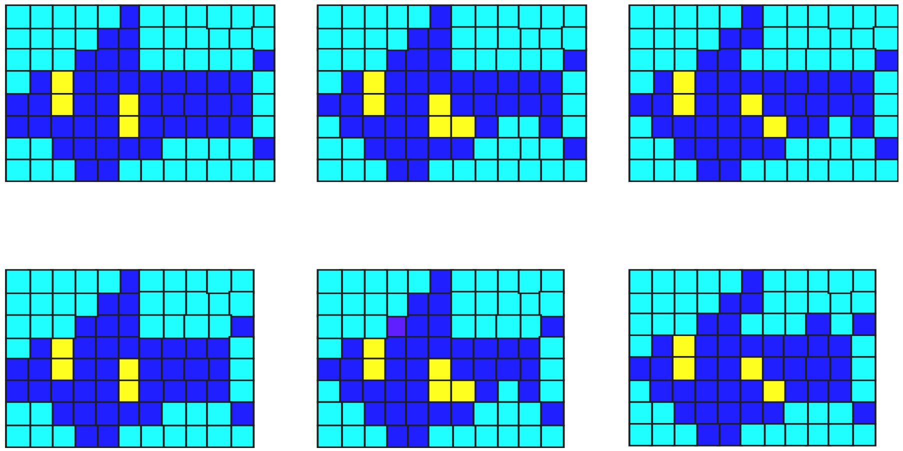
farba sa dá získať viacerými spôsobmi:

- spriemernením bodov obdĺžnika alebo použitím mediánovej funkcie.
- zistí sa početnosť výskytu farieb v obdĺžniku a vyberie sa tá farba, ktorá sa vyskytuje najčastejšie. Ak je výskyt farieb rovnaký, vyberie sa farba podľa iného pravidla alebo ľubovoľná z vyskytujúcich sa farieb.
- vyberie sa farba, ktorá sa vyskytuje najmenej krát.
- vyberie sa farba ľavého horného bodu obdĺžnika

Zmena mierky - zmenšenie





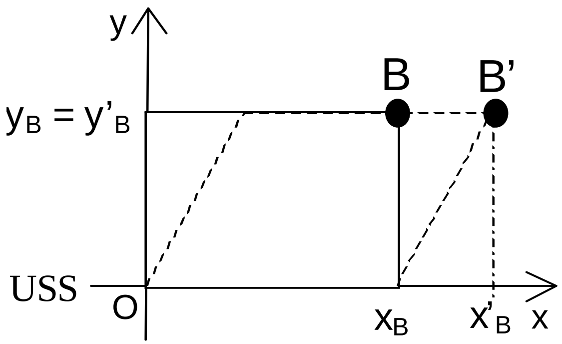


ľavý horný roh

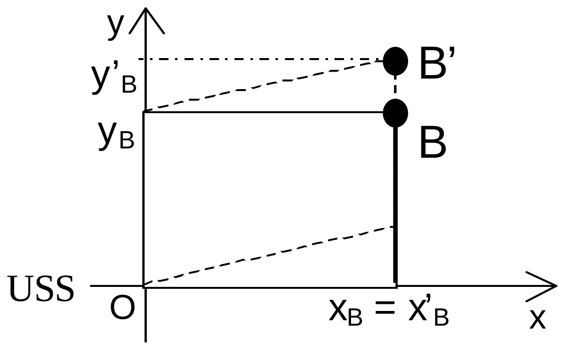
väčšinový výskyt, ak rovnako vyberie sa svetlejšia

menšinový výskyt, ak rovnako vyberie sa svetlejšia

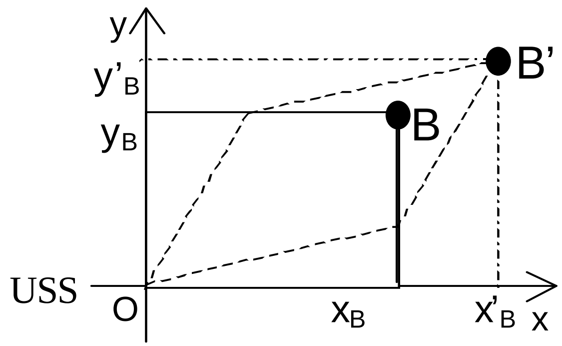
Skosenie



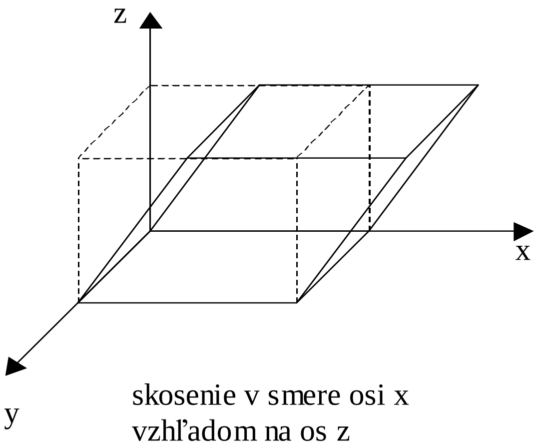
skosenie v smere osi x



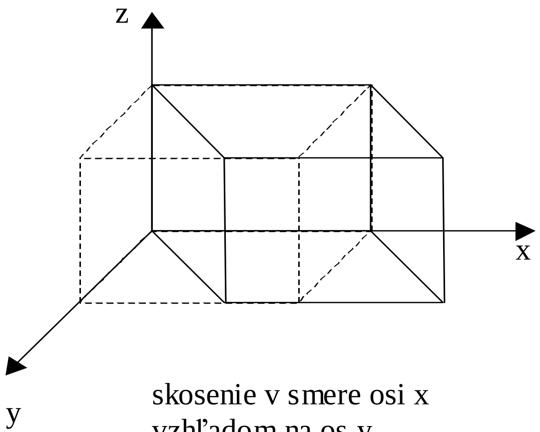
skosenie v smere osi y



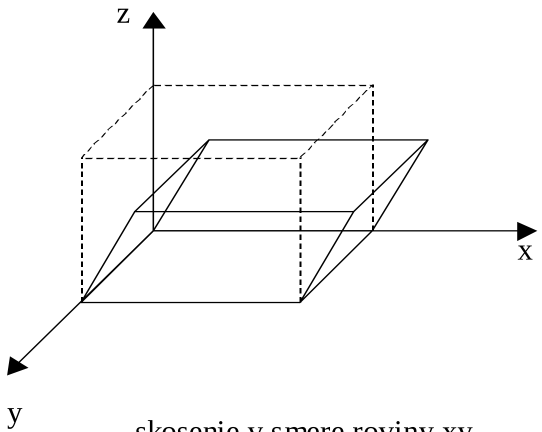
skosenie v obidvoch smeroch



skosenie v smere osi x
vzhľadom na os z

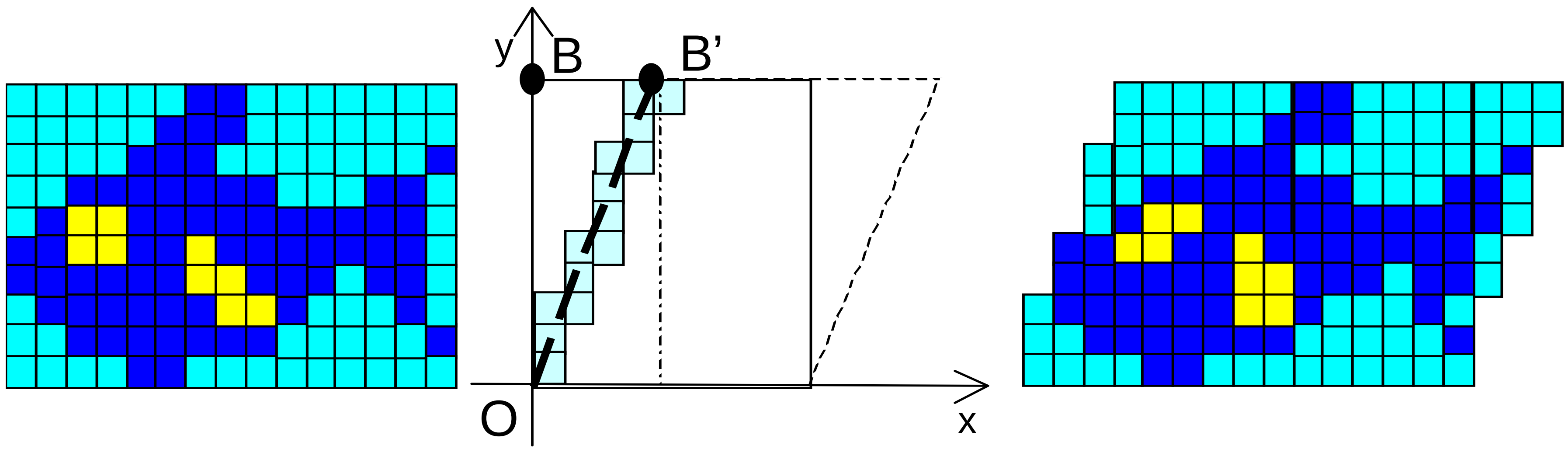


skosenie v smere osi x
vzhľadom na os y

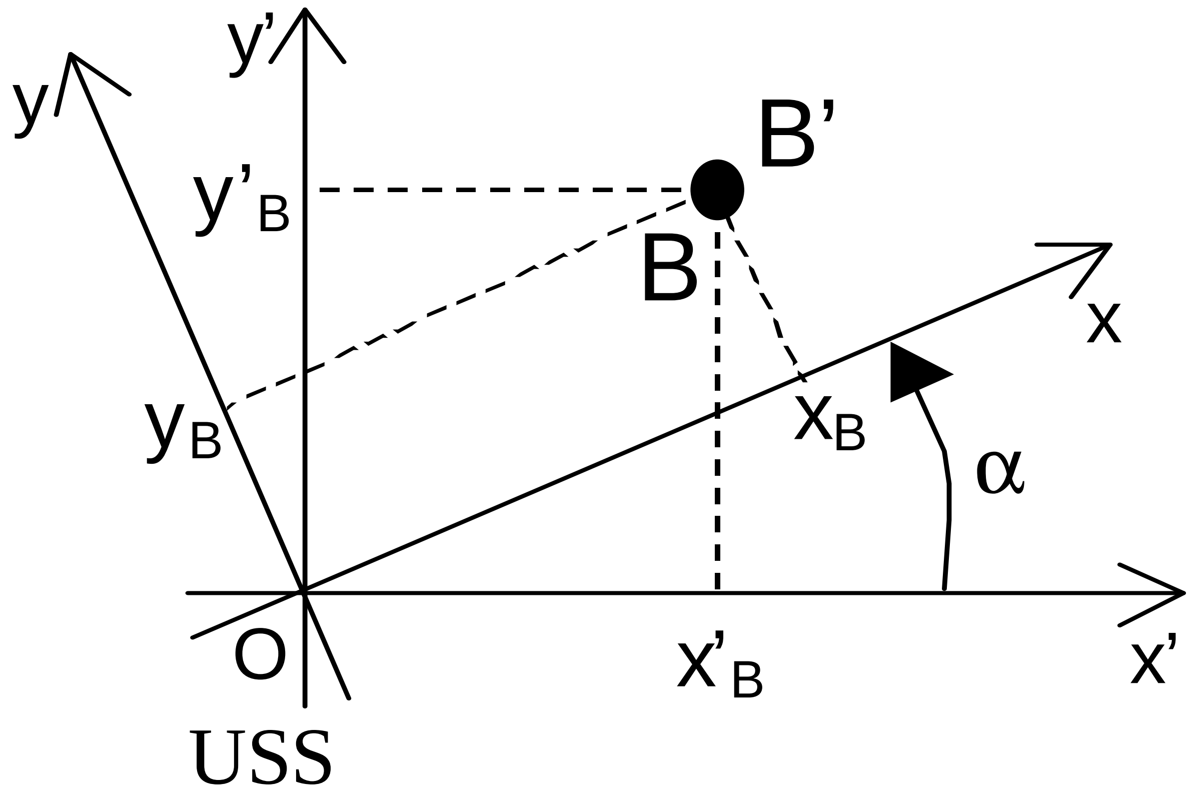


skosenie v smere roviny xy

Skosenie

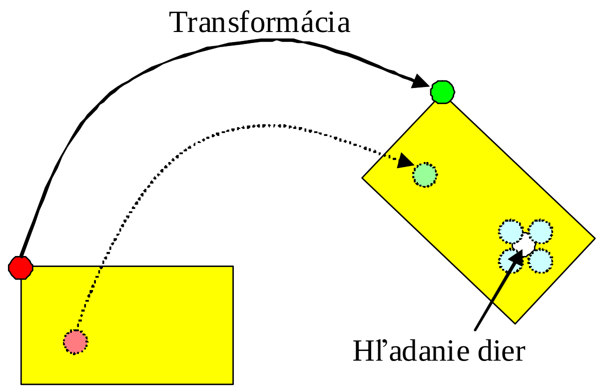


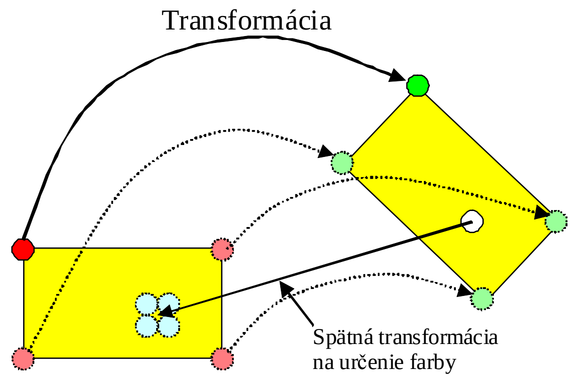
Rotácia (Otočenie)



Otočenie rastrových objektov

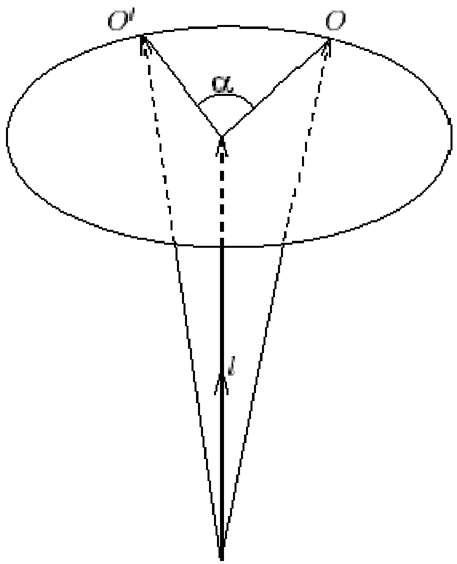
- ***Priame otáčanie*** *- Otočenie s interpoláciou medziľahlých bodov*
- ***Spätné otáčanie*** *- Otočenie s interpoláciou všetkých bodov*





Rotácia (Eulerov teorém)

Nech $O, O' \in R^3$ *sú dve orientácie. Potom existuje os* $l \in R^3$ *a uhol otočenia* $\alpha \in [-\pi, \pi]$ *taký, že O prejde na O' ak je otočený o uhol* α *okolo osi* l

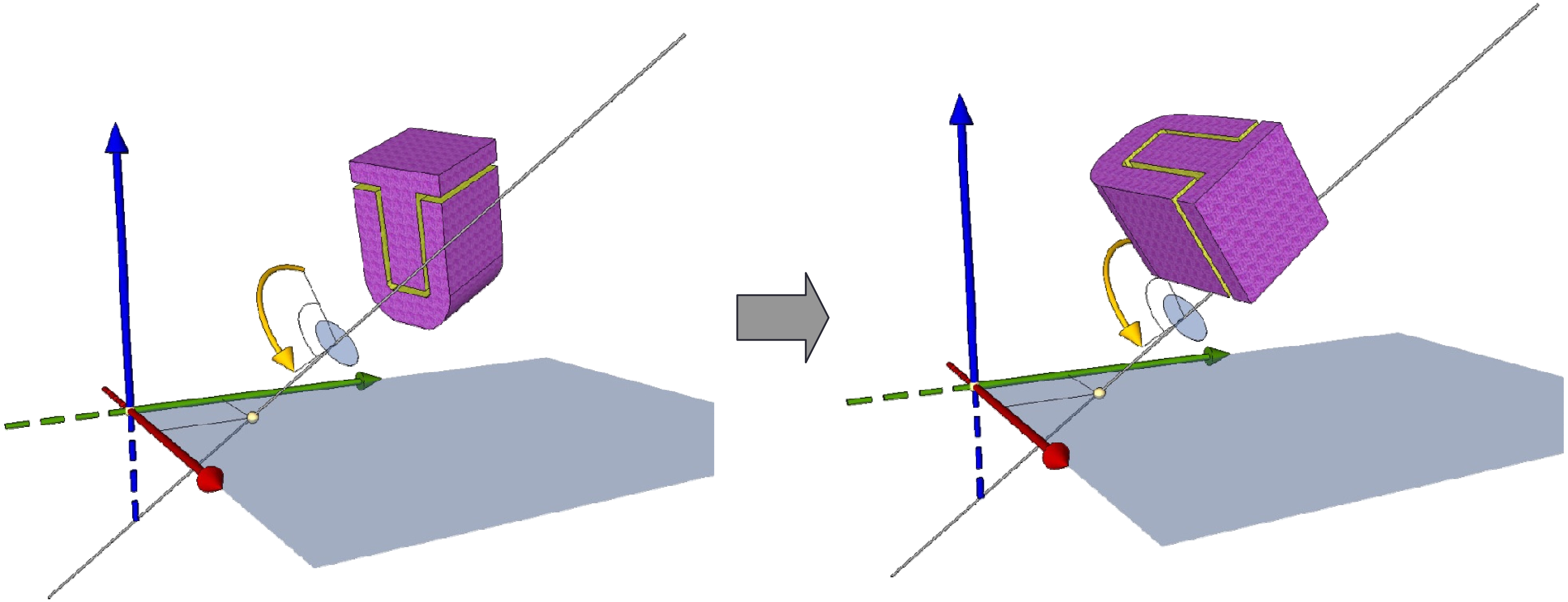


Rotácia (dve metódy otáčania)

- otáčanie definované **Eulerovými uhlami** a reprezentované všeobecnými transformačnými maticami.

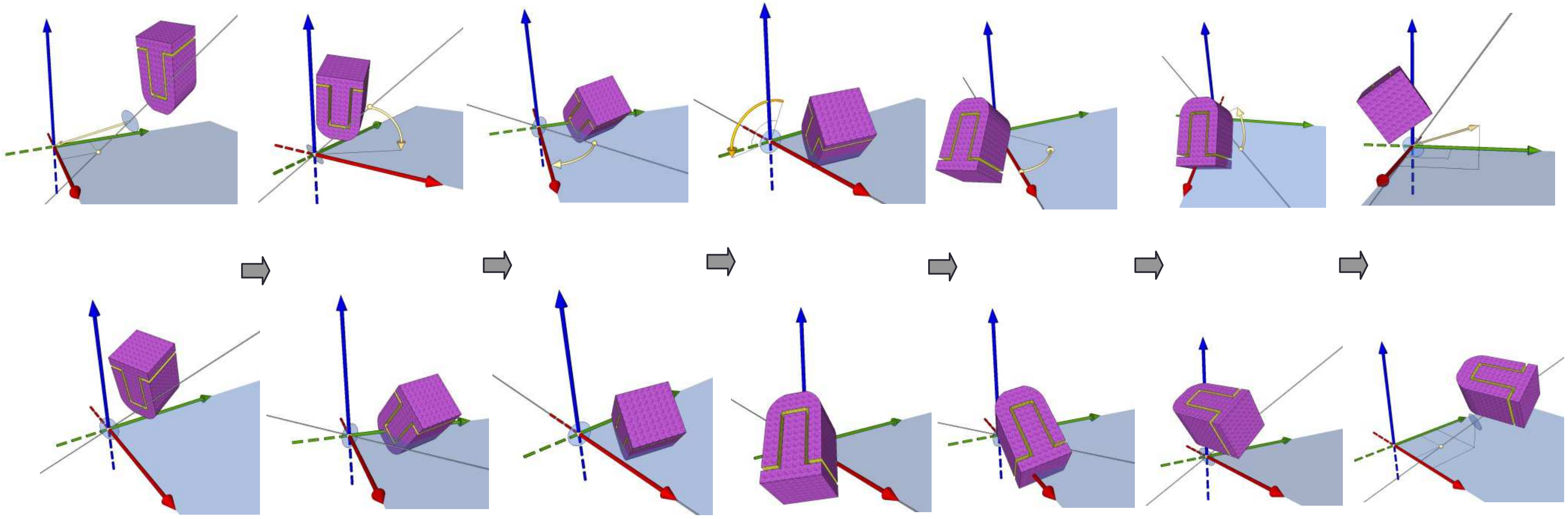
- otáčanie definované **Eulerovým teorémom** a reprezentované quaterniónmi.

Rotácia okolo všeobecnej priamky



Rotácia okolo všeobecnej priamky

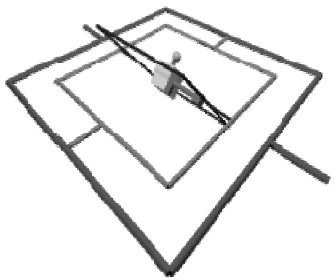
$$T_P \times T_{Oa} \times T_{Ob} \times T_O \times T_{Ob}^{-1} \times T_{Oa}^{-1} \times T_P^{-1}$$



Rotácia a strata stupňa voľnosti

Je ťažké predvídať ako sa postupné rotácie okolo základných osí navzájom ovplyvnia. (maticová reprezentácia Eulerových uhlov má prirodzenú jedinečnosť v parametrizácii) Je možné vytvoriť takú postupnosť rotácií, že vo výslednej rotácii sa stratí jeden stupeň voľnosti. Táto situácia sa nazýva **gimbal lock** *(strata stupňa voľnosti)*.

Gimbal lock je pojem prevzatý z leteckého a vesmírneho priemyslu, kde sa používajú gyroskopy (vytvárajú umelý horizont)



Popis rotácie

Pre popis rotácie (otočenia) nasledovaného prípadnou zmeny mierky sú potrebné ***štyri*** čísla (W. R. Hamilton, 1843) :

- jedno číslo popisuje veľkosť zmeny mierky,
- jedno veľkosť uhla (v stupňoch), o ktorý sa bude otáčať, a
- posledné dve čísla označujú rovinu, v ktorej sa bude vektor otáčať

Quaternióny

Quaternióny (W. R. Hamilton, 1843) sú rozšírením komplexných čísel.

$\mathbf{z} = a + b\mathbf{i}$ komplexné číslo **z**

$\mathbf{z}' = a - b\mathbf{i}$ opačné číslo k číslu **z**

$$|\mathbf{z}| = \sqrt{\mathbf{z} * \mathbf{z}'} = \sqrt{a^2 + b^2}$$ veľkosť (absolútna hodnota) čísla **z**

násobenie dvoch komplexných čísel

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{z_1} = a_1 + b_1\mathbf{i} \\ \mathbf{z_2} = a_2 + b_2\mathbf{i} \end{array}\right\} \quad \mathbf{z_1} * \mathbf{z_2} = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + b_1a_2)\mathbf{i}$$

Quaternióny

Komplexné číslo (s,i,j,k): s – reálna zložka,
i,j,k – imaginárne zložky

i * i = -1 **j * j = -1** **k * k = -1**

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1$$

Rotácia je nahradená násobením quaterniónov

i * j = -j * i = k
j * k = -k * j = i
k * i = -i * k = j

Quaternióny

Opačné číslo a veľkosť quaterniónu sa hľadá tak isto ako pri komplexných číslach:

$$\mathbf{q} = w + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$
$$\mathbf{q}' = w - x\mathbf{i} - y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$$

$$|\mathbf{q}| = \sqrt{\mathbf{q} * \mathbf{q}'} = \sqrt{w^2 + x^2 + y^2 + z^2}$$

Inverzná hodnota (prevrátená hodnota) quaterniónu je definovaná podľa nasledujúceho vzťahu:

$$\mathbf{q}^{-1} = \mathbf{q}' / (\mathbf{q} * \mathbf{q}')$$

Quaternióny sú asociatívne: $(\mathbf{q1} * \mathbf{q2}) * \mathbf{q3} = \mathbf{q1} * (\mathbf{q2} * \mathbf{q3})$

Quaternióny nie sú komutatívne: $\mathbf{q1} * \mathbf{q2} \neq \mathbf{q2} * \mathbf{q1}$

Quaternióny

Quaternióny môžeme zapísať niekoľkými spôsobmi:

- ako lineárnu kombináciu 1, **i**, **j** a **k**
- ako vektor štyroch koeficientov v tejto lineárnej kombinácii
- ako skalár pre koeficient 1 a vektor pre koeficienty z imaginárnej časti

$\mathbf{q} = w + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} = [\, x, y, z, w \,] = (s, \mathbf{v})$ kde $s=w$ a $v=[x, y, z\,]$

Quaternióny

Ak máme potom dva vektory zapísané v tvare (s, **v**), môžeme napísať výsledok ich násobenia nasledovne:

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{q_1} &= (s_1, \mathbf{v_1})\\ \mathbf{q_2} &= (s_2, \mathbf{v_2})\end{aligned}\right\} \quad \mathbf{q_1} * \mathbf{q_2} = (s_1.s_2 - \mathbf{v_1}.\mathbf{v_2},\ s_1.\mathbf{v_2} + s_2\mathbf{v_1} + \mathbf{v_1} * \mathbf{v_2})$$

pri zápise druhým spôsobom po roznásobení dostaneme jednotlivé zložky:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q_1} * \mathbf{q_2} = [(q_x, q_y, q_z), q_w]$$

$$\mathrm{q}_x = q_{1w}.q_{2x} + q_{1x}.q_{2w} + q_{1y}.q_{2z} - q_{1z}.q_{2y}$$

$$\mathrm{q}_y = q_{1w}.q_{2y} - q_{1x}.q_{2z} + q_{1y}.q_{2w} + q_{1z}.q_{2x}$$

$$\mathrm{q}_z = q_{1w}.q_{2z} + q_{1x}.q_{2y} - q_{1y}.q_{2x} + q_{1z}.q_{2w}$$

$$\mathrm{q}_w = q_{1w}.q_{2w} - q_{1x}.q_{2x} - q_{1y}.q_{2y} - q_{1z}.q_{2z}$$

Quaternióny a rotácia

Na základe toho, je možné interpretovať rotáciu pomocou quaterniónov. Môžeme vypočítať rotáciu okolo jednotkového vektora **u**=[u_x, u_y, u_z] o uhol α. Quaternión, ktorý vypočíta túto rotáciu sa zapíše takto: **q** = (s, **v**), kde

$$s = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad \text{a} \quad \mathbf{v} = \mathbf{u}.\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

resp. jeho výsledný tvar (podľa druhého typu zápisu) vyzerá nasledovne:

$$\mathbf{q} = \left[\left(u_x.\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), u_y.\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), u_z.\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right), \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

Quaternióny a rotácia

Bod $B[x_B, y_B, z_B]$ v priestore je možné reprezentovať pomocou quaterniónu **B** = (0, *B*).

Potom požadovanú rotáciu vypočítame pomocou tejto rovnice: $\mathbf{B}_{\mathbf{otočený}} = \mathbf{qBq}^{-1}$

Ak vychádzame z druhého spôsobu zápisu, tak transformačná matica rotácie **Q** quaterniónа **q** bude mať nasledujúci tvar a aplikuje sa ako matica otočenia.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1-2y^2-2z^2 & 2xy-2zw & 2xz+2yw & 0 \\ 2xy+2zw & 1-2x^2-2z^2 & 2yz-2xw & 0 \\ 2xz-2yw & 2yz+2xw & 1-2x^2-2y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Quaternióny – nevýhody a výhody

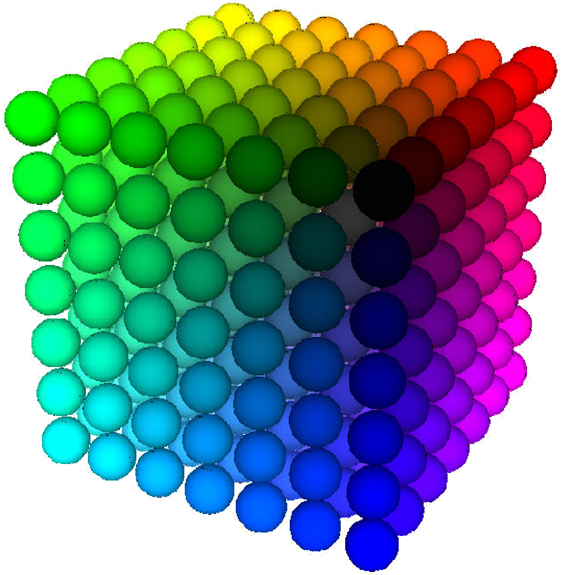
Jedinou skutočnou výhodou maticovej reprezentácie je možnosť reprezentovať všetky ostatné transformácie.

Nevýhody quaterniónov

- Quaternióny reprezentujú iba rotáciu
- Vzťahy popisujúce quaternióny vyzerajú komplikovane

Výhody quaterniónov

- Zreteľná geometrická interpretácia
- Nezávislosť od súradnicového systému
- Kompaktná reprezentácia
- Nestráca sa stupeň voľnosti (gimbal lock)
- Jednoduchá kompozícia rotácií



OTÁZKY ?