



Elektroakustika

L05: Akustické vysielajúce

prof. Ing. Jozef Juhár, PhD.

<http://voice.kemt.fei.tuke.sk>

Úvod

- Akustické pole vzniká pôsobením zvukových zdrojov, ktoré v prostredí vyvolávajú zmeny, šíriace sa v podobe akustických vln;
- Najčastejšie je zdrojom zvuku kmitajúce teleso, ktorého povrch prilieha k materiálu prostredia, v ktorom dochádza k vybudeniu akustického poľa – tzv. **otvorená akustická sústava – akustický vysielač**;
- Zdrojmi zvuku môžu byť **kmitajúce dosky, membrány, tyče, struny**, ale aj **vzduchové stĺpce** a pod.;
- Na skúmanie vlastností „skutočných“ zdrojov zvuku používame matematické modely tzv. **jednoduchých akustických vysielačov**
- Poznámka:
 - U kmitajúcich tenkých plošných telies, napr. membrán, je potrebné mať na zreteli, že teleso je s okolitým prostredím v kontakte prednou i zadnou plochou;
 - Napr. kmitajúca membrána reproduktora budí akustické pole pred membránou a za membránou. Zmeny tlaku pred a za membránou majú opačnú polaritu.
 - Ak je napr. reproduktor umiestnený v zatvorenej ozvučnici, potom čelná plocha reproduktora budí akustické pole mimo ozvučnicu a zadná plocha vo vnútri ozvučnice

Základné typy „jednoduchých“ akustických vysieláčov

- sférické vysieláče
 - pulzujúca guľa (ak. vysieláč 0. rádu)
 - akustický dipól (ak. vysieláč 1. rádu)
 - sférické vysieláče druhého a vyšších rádov
- sústavy bodových zdrojov
 - rad bodových zdrojov na priamke alebo na krivke
 - pole bodových zdrojov na rovine alebo na krivej ploche
- piest
 - voľne kmitajúci
 - kmitajúci v nekonečnej stene
- kmitajúca priamka
- valcové vysieláče
 - pulzujúci valec
 - cylindrický dipól
 - oscilujúci valec

Základné charakteristiky akustických vysieláčov

- vysielacia (vyžarovacia) impedancia Z_{AV}
- akustický tlak a intenzita v akustickom poli vysieláča
- (celkový „vyžiarený“) akustický výkon vysieláča P_A [W]
- smerové vlastnosti
 - smerová charakteristika
 - smerový index
 - vysielací uhol

Vlnová rovnica zvuku

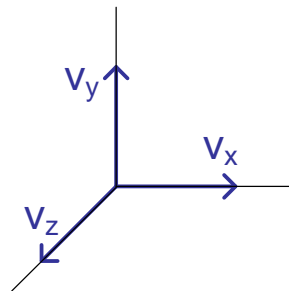
$$\Delta \Phi = \frac{1}{c_0^2} \cdot \frac{\delta^2 \Phi}{\delta t^2}$$

Rýchlostný potenciál Φ :

$$\text{grad } \Phi = \mathbf{v}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \mathbf{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{v}$$

$$v_x \cdot \mathbf{i} + v_y \cdot \mathbf{j} + v_z \cdot \mathbf{k} = \mathbf{v}$$



Laplaceov operátor Δ :

$$\Delta = \text{div grad}$$

$$\Delta = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} + \frac{\delta^2}{\delta z^2}$$

VLNOVÁ ROVNICA PRE HARMONICKÝ ROZRUCH

$$\Delta \Phi + k^2 \cdot \Phi = 0$$

$$k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad - \text{ vlnové číslo}$$

RIEŠENIE VLNOVEJ ROVNICE PRE ROVINNÚ ZVUKOVÚ VLNU

- v prípade rovinatej zvukovej vlny predpokladáme šírenie zvukovej vlny v smere jednej z osí (x,y,z) kartézskej (pravouhlej) súradnicovej sústavy, napr. v prípade osi x:

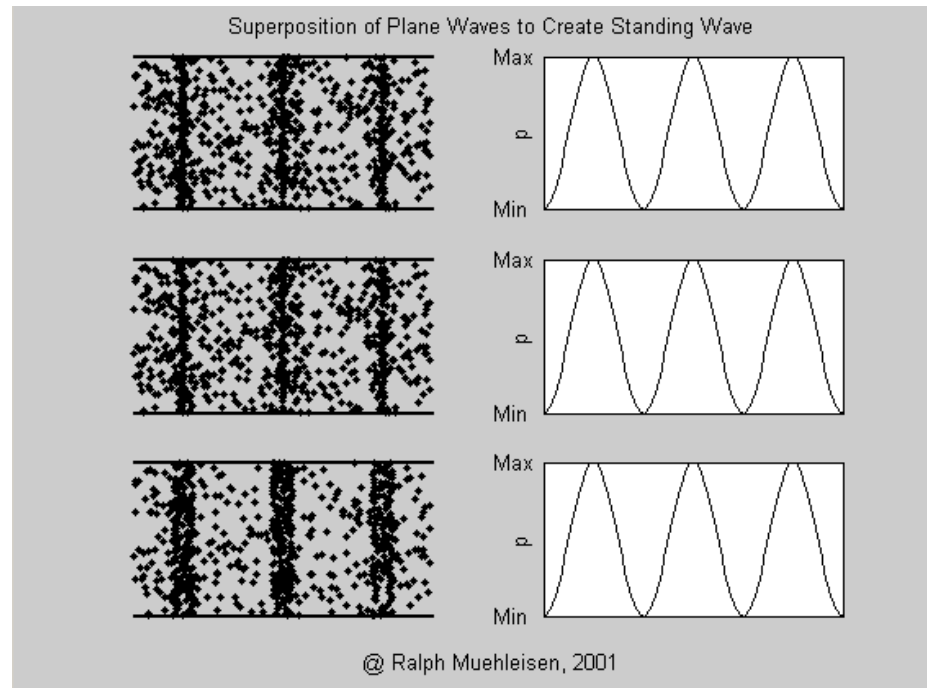
vlnová rovnica:
$$\frac{\delta^2 \Phi}{\delta x^2} + k^2 \cdot \Phi = 0$$

riešenie:
$$\Phi = A \cdot e^{j(\omega t - kx)} + B \cdot e^{j(\omega t + kx)}$$

- časo-priestorový charakter zvukovej vlny; (-kx): priama vlna, šíriaca sa od zdroja; (+kx): odrazená (spätná) vlna, šíriaca sa k zdroju;

Stojatá vlna

- tzv. oscilujúca vlna
- vzniká pri sčítaní priamej a odrazenej vlny (rovnakej amplitúdy a frekvencie)
- v uzloch stojatej vlny ($kx = \pi/2, 3\pi/2, \dots$) je nulová výchylka kmitania tým aj nulový ak. tlak
- v „antiuzloch“ ($kx = 0, \pi, 2\pi, \dots$) stojatej vlny je výchylka maximálna a dvojnásobná (v porovnaní s priamou resp. odrazenou vlnou)
- keďže pozícia uzlov a „antiuzlov“ je v priestore stabilná, zdá sa, akoby vlna stála na jednom mieste – stojatá vlna
- animácie: <http://www.walter-fendt.de/ph14e/stwaveref1.htm>



ak:

$$A=B$$

rýchl. potenciál:

$$\Phi = A \cdot e^{j(\omega t - kx)} + A \cdot e^{j(\omega t + kx)}$$

$$\Phi = 2A \cdot \cos(kx) e^{j\omega t}$$

Akustický tlak a akustická rýchlosť v poli priamej rovinnej zvukovej vlny

- dá sa dokázať, že platí:

$$v = v_x = \frac{\delta \Phi}{\delta x} = -j \cdot k \cdot A \cdot e^{j(\omega t - kx)}$$

$$p = -\rho_0 \cdot \frac{\delta \Phi}{\delta t} = -j \cdot \omega \cdot \rho_0 \cdot A \cdot e^{j(\omega t - kx)}$$

- amplitúda ak. tlaku a rýchlosti rovinnej zvukovej vlny nezávisí od vzdialenosti od zdroja
- akustický tlak a akustická rýchlosť sú vo fáze (medzi fázormi akustického tlaku a rýchlosti v komplexnej rovine nie je fázový posun)

Vlnová impedancia a akustická intenzita v poli rovinatej zvukovej vlny

- vlnová impedancia závisí iba od vlastností prostredia, v ktorom sa vlna šíri;
- na určenie akustickej intenzity stačí poznať jednu zo základných akustických veličín – akustický tlak, alebo akustickú rýchlosť – výhodné pre praktické aplikácie

$$z_v = \frac{p}{v} = c_0 \rho_0 \quad \left[\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1} \right]$$

$$I_A = \frac{1}{2} p v \cos \varphi = \frac{1}{2} \frac{p^2}{c_0 \rho_0} = \frac{1}{2} v^2 c_0 \rho_0 \quad \left[\text{W m}^{-2} \right]$$

$\cos \varphi = 1$ – ak. tlak a rýchlosť sú vo fáze

Riešenie vlnovej rovnice pre zvuk vo sférických súradniciach pre harmonický rozruch

- bod v priestore je v kartézskej sústave vyjadrený súradnicami $[x,y,z]$, vo sférickej sústave súradnicami $[r,\nu,\varphi]$
- predpokladáme šírenie zvuku rovnomerne všetkými smermi, takže priestorové uhly zanedbávame

$$\frac{\partial^2 (\Phi r)}{\partial r^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 (\Phi r)}{\partial t^2}$$

$$\Phi(r, t) = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} + \frac{B}{r} e^{j(\omega t + kr)}$$

Rozbiehavá vlna

Zbiehavá vlna

Akustický tlak, akustická rýchlosť a vlnová impedancia v poli guľovej zvukovej vlny

- s rastúcou vzdialenosťou klesá ampl. oboch veličín
- fázový posun medzi tlakom a rýchlosťou

$$p = -j \frac{A}{r} \omega \rho e^{j(\omega t - kr)}$$

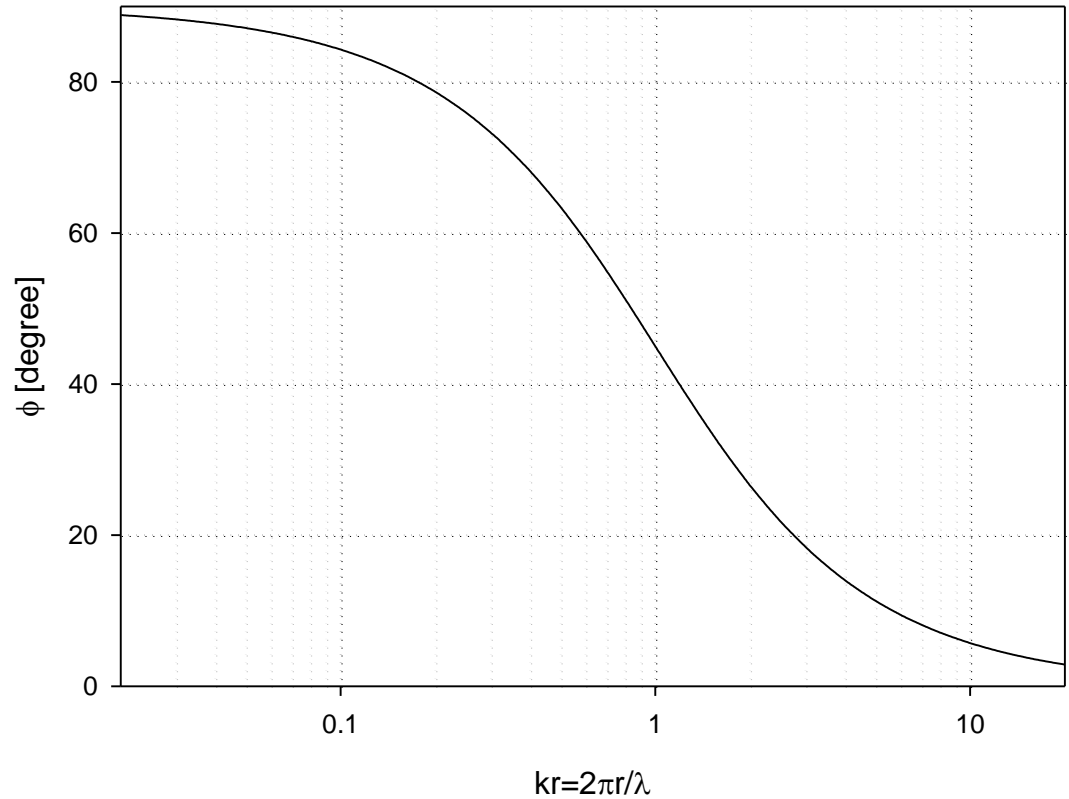
$$v = -\frac{A}{r} \left(\frac{1}{r} + jk \right) e^{j(\omega t - kr)}$$

$$z_v = \frac{p}{v} = c_0 \rho \frac{jkr}{1 + jkr}$$

Fázový uhol vlnovej impedancie guľovej zvukovej vlny

Fázový uhol vlnovej impedancie guľovej zvukovej vlny klesá s rastúcou hodnotou vlnového čísla, t.j.:

- s rastúcou hodnotou vzdialenosti od zdroja (r)
- s rastúcou hodnotou frekvencie



Napr. $kr > 10$

bude pre zvukovú vlnu 100Hz

vo vzdialenosti:

$$r > \frac{10}{k} = \frac{10c_0}{2\pi f} = \frac{10 \cdot 344}{2 \cdot \pi \cdot 100} = 5,475[m]$$

bude pre zvukovú vlnu 1000Hz

už vo vzdialenosti:

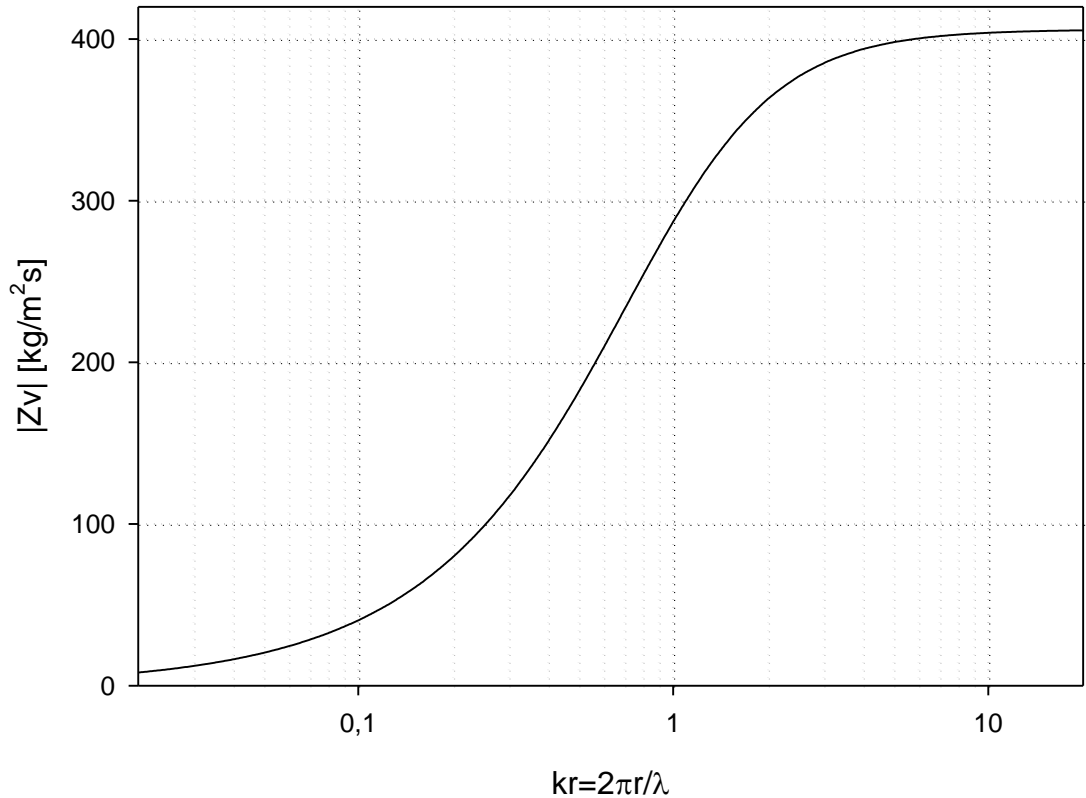
$$r > \frac{10}{k} = \frac{10c_0}{2\pi f} = \frac{10 \cdot 344}{2 \cdot \pi \cdot 1000} = 54,75[cm]$$

$$\varphi = \arctg \frac{r}{k} = \arctg \frac{1}{kr} \Rightarrow \lim_{kr \rightarrow \infty} \varphi(kr) = 0$$

Skutočnosť, že s rastúcou hodnotou súčinu kr sa fázový uhol limitne blíži k nule a hodnota vlnovej impedancie sa limitne blíži ku konštante $c_0\rho_0$ znamená, že guľová zvuková vlna sa s rastúcou hodnotou súčinu kr svojimi vlastnosťami limitne blíži k rovinnej zvukovej vlne.

Znamená to napr., že na meranie akustickej intenzity guľovej vlny môžeme uplatniť jednoduchší postup, aplikovateľný pri rovinnej vlne.

Modul vlnovej impedancie guľovej zvukovej vlny

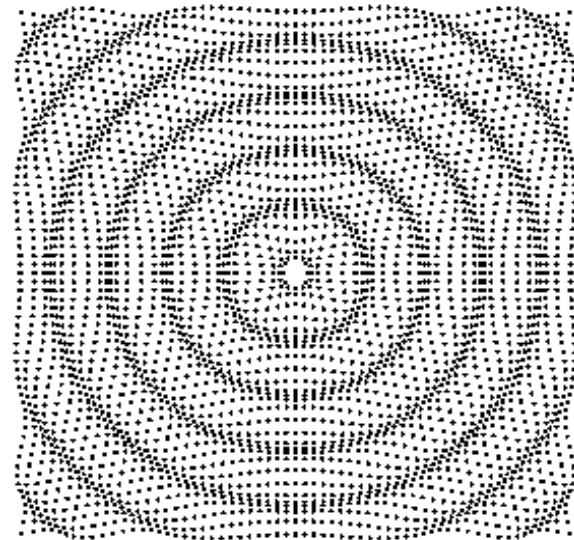
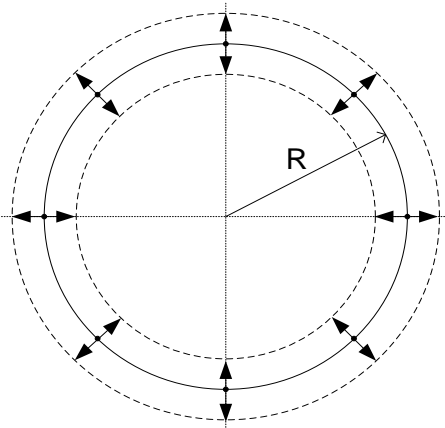


$$z_v = \frac{p}{v} = c_0\rho_0 \frac{jkr}{1 + jkr}$$

$$\lim_{kr \rightarrow \infty} (z_v) = c_0\rho_0 \quad [kg \ s^{-1} \ m^{-2}]$$

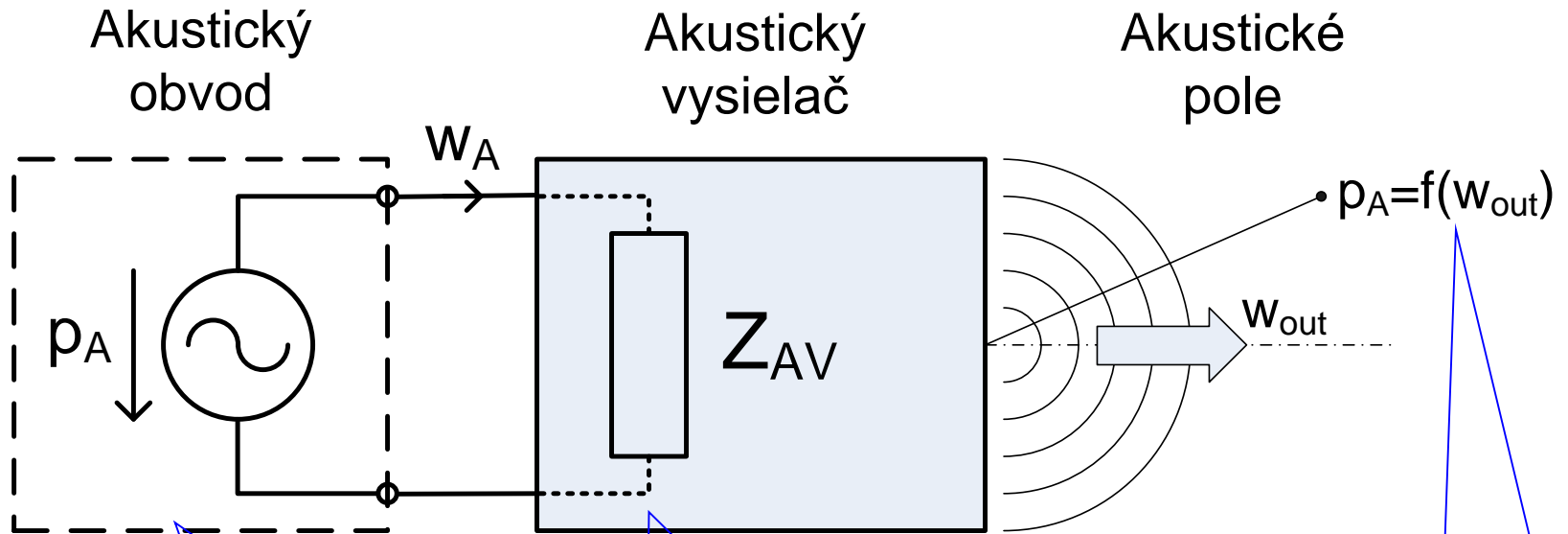
Akustický vysielateľ nultého rádu – pulzujúca guľa

- Je základným typom akustického vysielateľa.
- Predstavujeme si ho ako guľu, ktorej povrch je v kontakte s prostredím a kmitá vo všetkých bodoch rovnakou radiálnou rýchlosťou (amplitúda aj fáza).
- Pulzujúca guľa má kludový polomer R , jej stred leží v počiatku súradnicovej sústavy ($r=0$) a výchylka kmitajúceho povrchu je nepatrná v porovnaní s polomerom R .
- Vysielateľ nultého rádu je zdrojom guľovej zvukovej vlny.



Akustický vysielateľ z pohľadu elektro-mechanicko-akustických analógií

- rozhranie medzi kmitajúcim telesom, generujúcim akustický tlak a objemovú rýchlosť a akustickým poľom, v ktorom sa šíri zvukové vlnenie



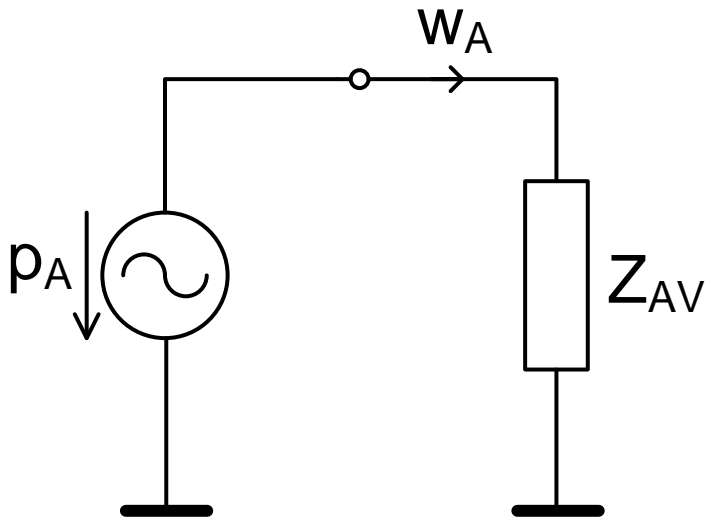
Zdroj akustického tlaku predstavuje z pohľadu elektro-mechanicko-akustických analógií výstup „nejakého“ akustického obvodu

Pre akustický obvod je akustický vysielateľ zaťažovacou impedanciou – tzv. vysielacia (vyžarovacia) impedancia (radiation impedance)

Akustický tlak v akustickom poli závisí od akustickej objemovej rýchlosti, „tečúcej“ do vysielacej impedancie

Náhradná schéma akustického vysielča v elektro-mechanicko-akustických analógických schémach

- vysielaciu impedanciu zistíme ako pomer akustického tlaku a objemovej rýchlosti na ploche bezprostredného „dotyku“ vysielacieho telesa a prostredia ($r=R$), do ktorého je zvuková vlna vysielaná
- akustický výkon je súčin akustického tlaku a objemovej rýchlosti, tiež na ploche bezprostredného „dotyku“ vysielacieho telesa a prostredia ($r=R$), do ktorého je zvuková vlna vysielaná



$$Z_{AV} = \frac{p_A(R)}{w_A(R)} \quad [\Omega_A]$$

$$P_A = p_A(R) w_A(R) \quad [W]$$

Kedy platí náhradná schéma ?

Keď akustický vysielateľ:

- je „malým akustickým obvodom“,
- t.j. je akustickou sústavou so sústredenými parametrami,
- t.j. je oveľa menší než vlnová dĺžka zvukového vlnenia.

Napr. keď: $2R \approx \lambda$

Resp.: $2R < \frac{\lambda}{4}$

$$8R < \lambda$$

Resp.: $2\pi R < \lambda$

$$\frac{2\pi R}{\lambda} < 1$$

$$\frac{2\pi}{\frac{c_0}{f}} R < 1$$

$$\frac{\omega}{c_0} R < 1$$

$$kR < 1$$

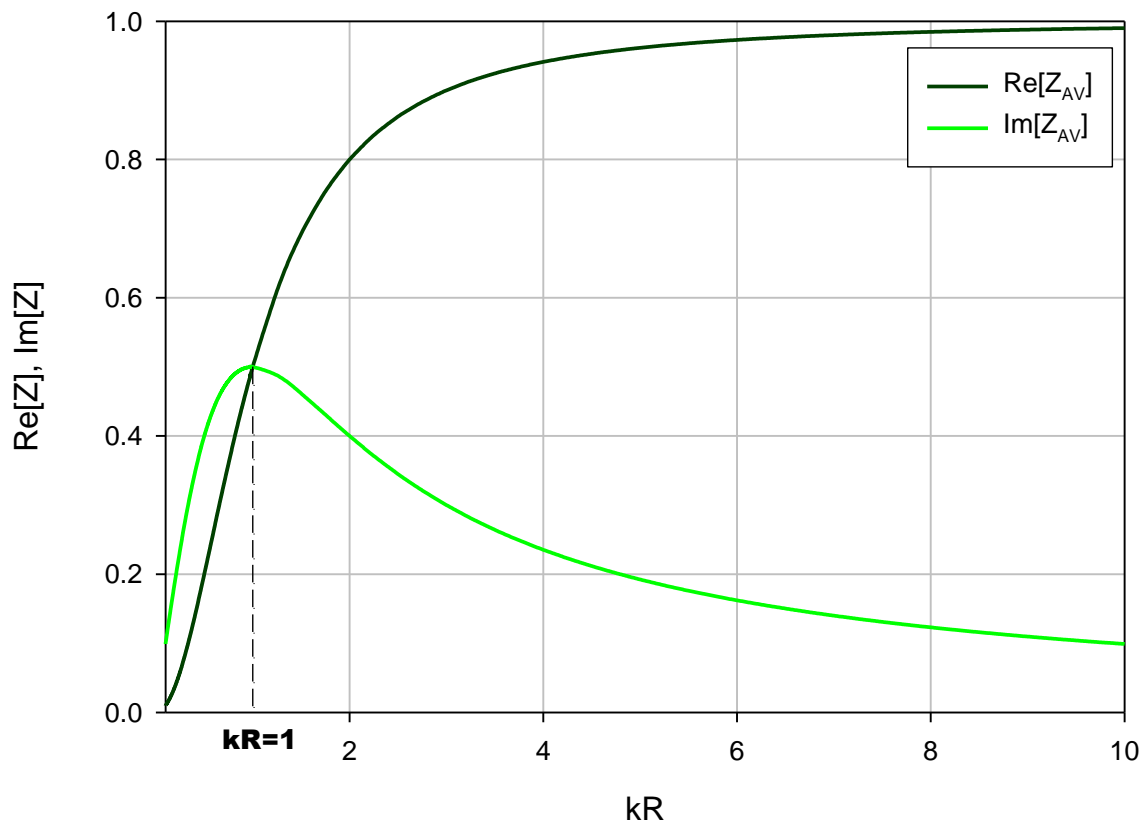
Ako vyzerá akustická vysielačia impedancia zdroja nultého rádu

- Akustická vysielačia impedancia vysielača nultého rádu je daná pomerom akustického tlaku a akustickej objemovej rýchlosti na povrchu vysielača, t.j. pre $r=R$
- V takom prípade platí:

$$Z_{AV} = \frac{p(R)}{w(R)} = \frac{p(R)}{S \cdot v(R)}$$

$S = 4\pi R^2$ – plocha guľového povrchu

$$Z_{AV} = \frac{c_0 \rho}{S} \frac{jkR}{1 + jkR} = \frac{c_0 \rho}{S} \left[\frac{(kR)^2}{1 + (kR)^2} + j \frac{kR}{1 + (kR)^2} \right]$$



$$\text{Re}[Z_{AV}'] = R_{AV}' = \frac{(kR)^2}{1 + (kR)^2}$$

$$\text{Im}[Z_{AV}'] = X_{AV}' = \frac{kR}{1 + (kR)^2}$$

- reálna časť vysielačej impedancie – vysielačí odpor – súvisí s činným akustickým výkonom vysielača
- imaginárna časť vysielačej impedancie – vysielačia reaktancia – súvisí s jalovým akustickým výkonom vysielača
- pre $kR < 1$ je jalový výkon väčší, než činný
- pre $kR > 1$ prevažuje činný výkon nad jalovým, ktorý je postupne zanedbateľný

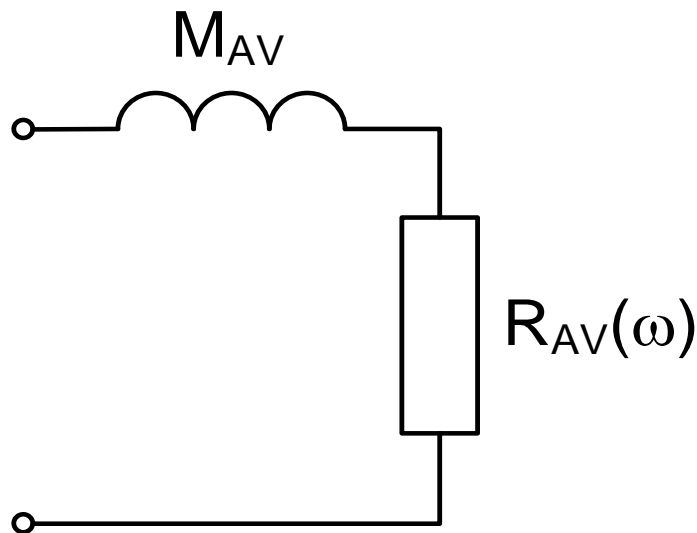
$$Z_{AV}' = \frac{Z_{AV}}{\frac{c_0 \rho}{S}} = \underbrace{\frac{(kR)^2}{1 + (kR)^2}}_{R_{AV}'} + j \underbrace{\frac{kR}{1 + (kR)^2}}_{X_{AV}'}$$

Náhradná (analogická) schéma akustickej vysielacej impedancie vysielača nultého rádu

$kR < 1$ ($2\pi R < \lambda$)
 $1 + (kR)^2 \cong 1$ } \Rightarrow platí pre nízke frekvencie a/alebo malé rozmery vysielača
v porovnaní s vlnovou dĺžkou zvuku

$$Z_{AV} \cong \frac{c_0 \rho}{4\pi R^2} (kR)^2 + j \frac{c_0 \rho}{4\pi R^2} kR = \underbrace{\frac{\rho \omega^2 R^2}{S_G c_0}}_{R_{AV}(\omega)} + j\omega \frac{R\rho}{S_G} M_{AV}$$

S_G



Interpretácia vysielacej hmotnosti guľového vysielča

$$M_{AV} = \frac{R\rho_0}{S} = \frac{SR\rho_0}{S^2} = \frac{M_{MV}}{S^2} \Rightarrow M_{MV} = SR\rho_0$$

Obrazom akustickej hmotnosti v mechanickej doméne je mechanická hmotnosť, ktorá je v podstate hmotnosťou vzduchového valčeka so základňou plochy S a výškou R

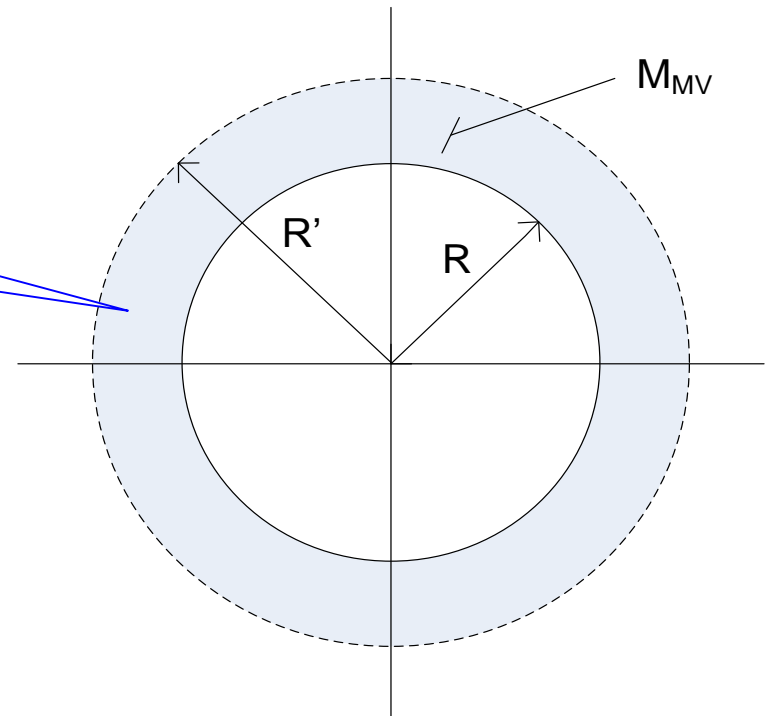
Ak si valček prepočítame na medzikružie, dostaneme predstavu vysielacej hmotnosti guľového vysielča vo forme vzduchového „obalu“, ktorý je „prilepený“ na povrch gule a kmitá spolu s jej povrchom – predstavuje tak „jalovú“ záťaž

$$\frac{4}{3}\pi(R'^3 - R^3)\rho_0 = SR\rho_0$$

$$\frac{4}{3}\pi(R'^3 - R^3) = 4\pi R^3$$

$$R' = \sqrt[3]{4} \cdot R$$

$$l_{ekv} = R' - R \cong 0,59R$$



Akustický tlak v blízkom akustickom poli guľového vysielča

Blízke pole: $kr \ll 1 \Rightarrow \frac{1}{r} \gg k$

Akustický tlak:
$$p_A = -j\omega\rho \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)}$$

Akustická rýchlosť:
$$v = -\frac{A}{r} \left(jk + \frac{1}{r} \right) e^{j(\omega t - kr)}$$

V blízkom poli:
$$v = -\frac{A}{r^2} e^{j(\omega t - kr)}$$

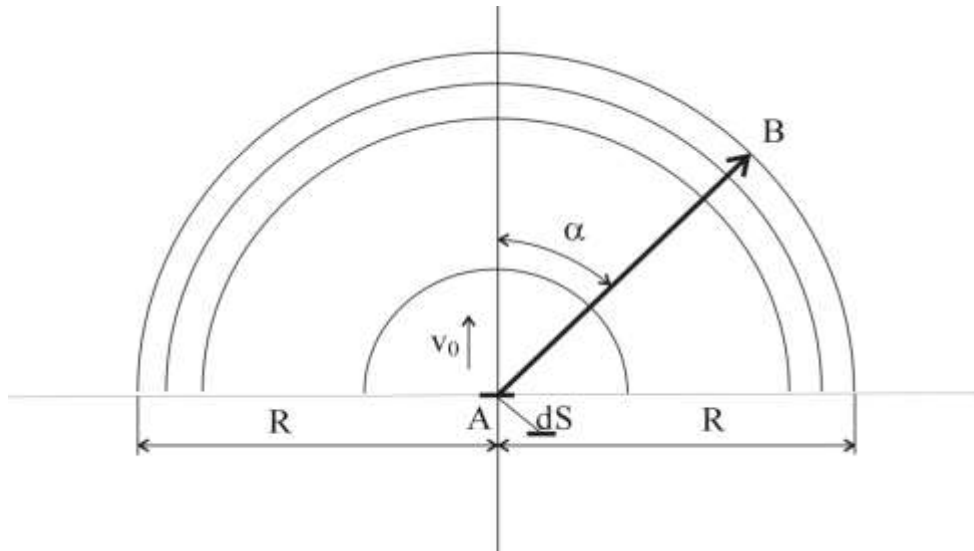
Akustická objemová rýchlosť:
$$w_A = S_G v = -S_G \frac{A}{r^2} e^{j(\omega t - kr)}$$

$$\frac{\delta w_A}{\delta t} = -j\omega S_G \frac{A}{r^2} e^{j(\omega t - kr)}$$

Porovnaním:
$$p_A = \frac{r}{S_G} \rho \frac{\delta w_A}{\delta t}$$

Piest v nekonečnej stene

- rýchlostný potenciál akustického poľa piesta v nekonečnej stene dostaneme plošným integrovaním príspevku od elementárneho bodového vysielača
- úlohou „nekonečnej“ steny je oddeliť akustické priestory pred a za membránou, aby vplyvom ohybu vlny nedochádzalo k ich vzájomnému ovplyvňovaniu

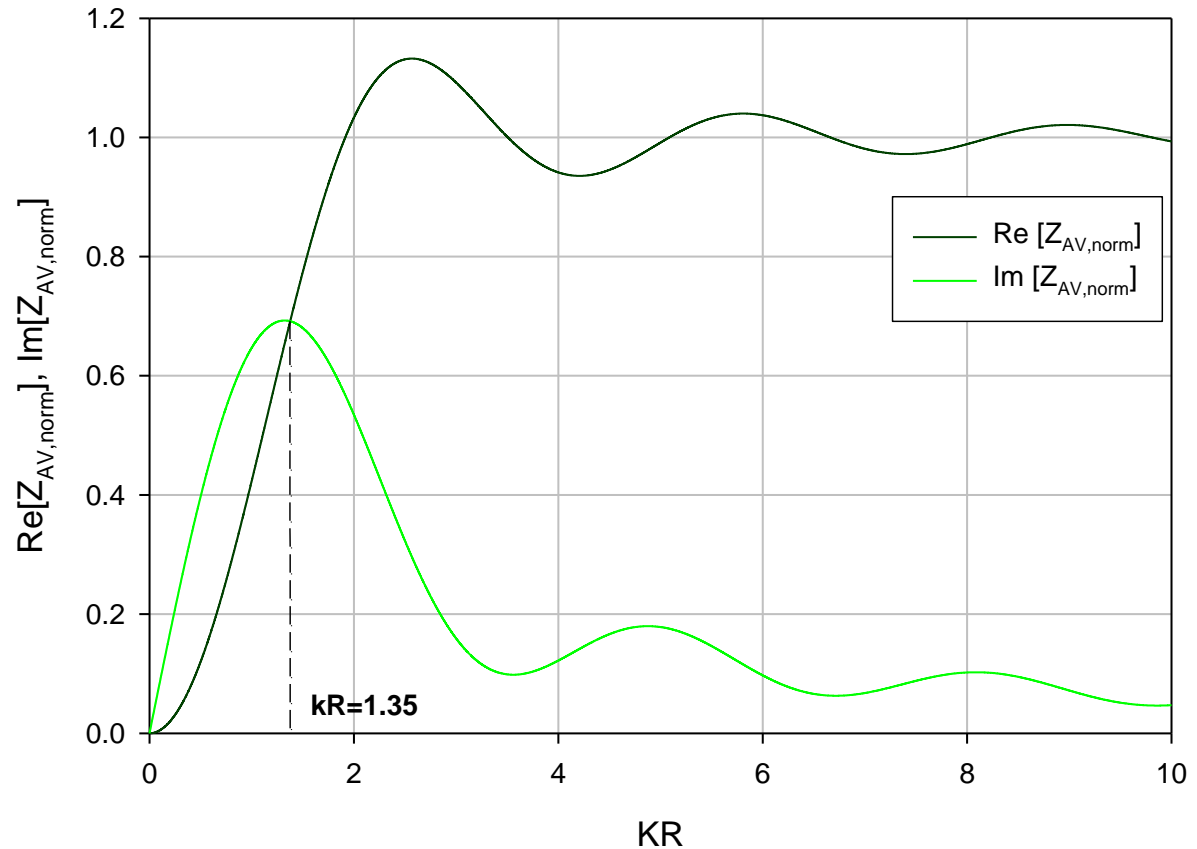


$$dw = v_0 dS$$

$$v_0 = v_{om} e^{j\omega t}$$

Vysielacia impedancia piesta v nekonečnej stene

- má reálnu a imaginárnu (reaktančnú časť)
- až na zvlnenie a hodnotu kR , pri ktorej sú hodnoty oboch častí impedancie rovnaké, je vysielacia impedancia veľmi podobná impedancii guľového vysielča

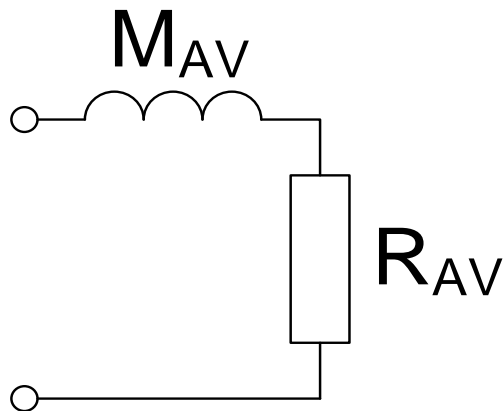


$$Z_{A,v} = \frac{c_0 \rho}{\pi R^2} \left[1 - 2 \frac{I_1(2kR)}{2kR} + j 2 \frac{H_1(2kR)}{2kR} \right]$$

Analogická schéma vysielacej impedancie

- Besselovu a Struvovu funkciu vyjadríme pomocou mocninných radov – uvažujeme prípad, keď $kR < 1$ – zanedbáme členy s vyššími mocninami:

$$Z_{A,v} = \frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi c_0} + j\omega \frac{\rho_0}{S} \frac{8R}{3\pi} = R_{A,v}(\omega) + j\omega M_{A,v}$$

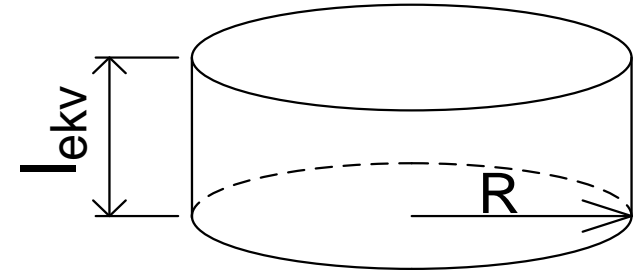


$$R_{A,v}(\omega) = \frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi c_0}$$

$$M_{A,v} = \frac{\rho_0}{S} \frac{8R}{3\pi}$$

Interpretácia akustickej hmotnosti vysielacej impedancie piesta v nekonečnej stene

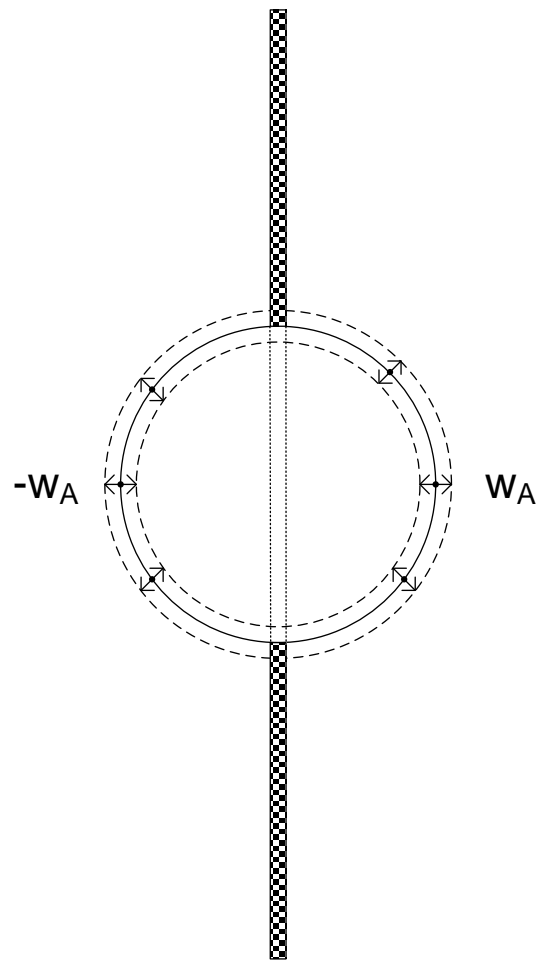
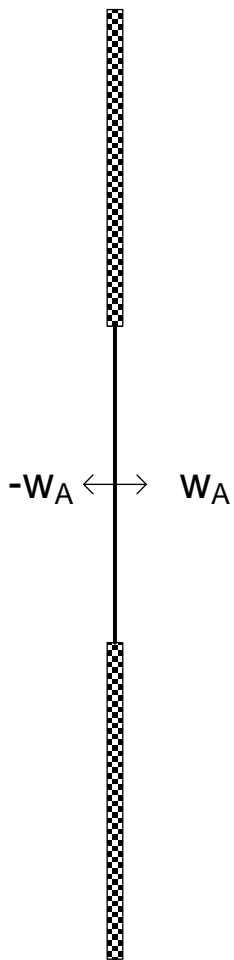
- Akustickú hmotnosť vysielacej impedancie predstavuje vzduchový „stĺpec“ so základňou S (plocha piesta) a výškou l_{ekv}
- Môžeme si predstaviť, že tento stĺpec vzduchu je „prilepený“ na piest (z oboch strán) a kmitá spolu s piestom



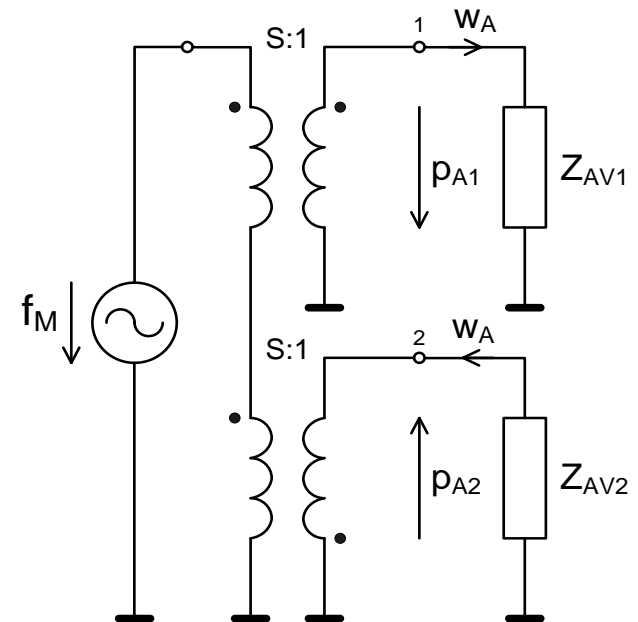
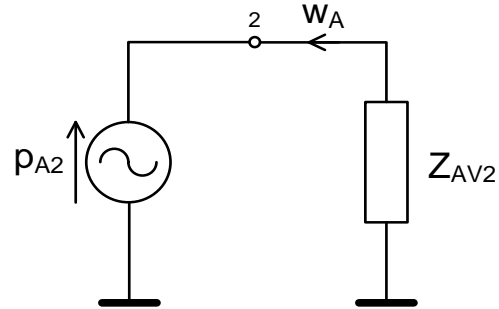
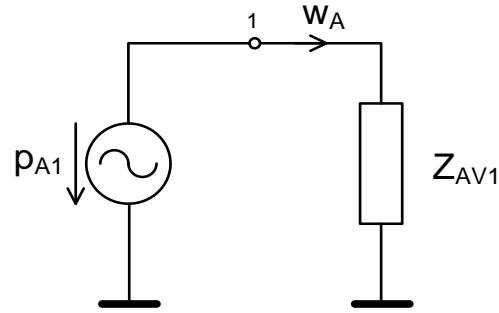
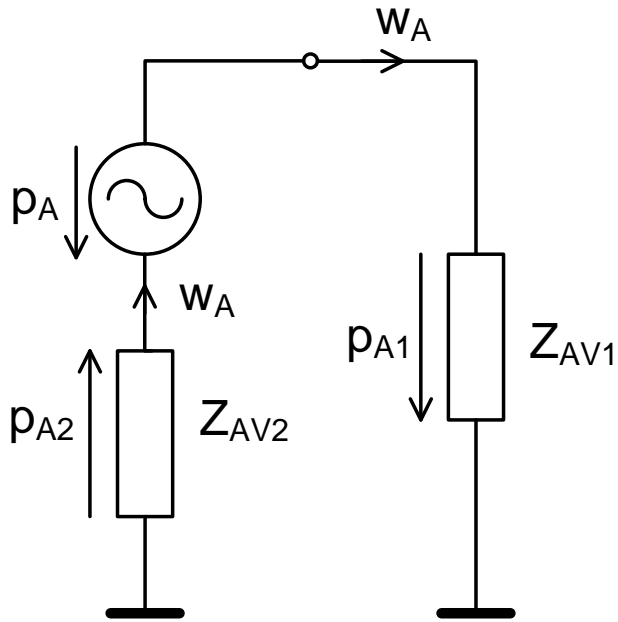
$$M_{A,v} = \frac{\rho_0}{S} \frac{8R}{3\pi} = \frac{S \frac{8R}{3\pi} \rho_0}{S^2} = \frac{S l_{ekv} \rho_0}{S^2} = \frac{M_{M,v}}{S^2}$$

$$l_{ekv} = \frac{8R}{3\pi}$$

Akustický vysielateľ, vysielajúci do oddelených akustických priestorov



Analogická schéma akustického vysielача, vysielačúceho do oddelených akustických priestorov

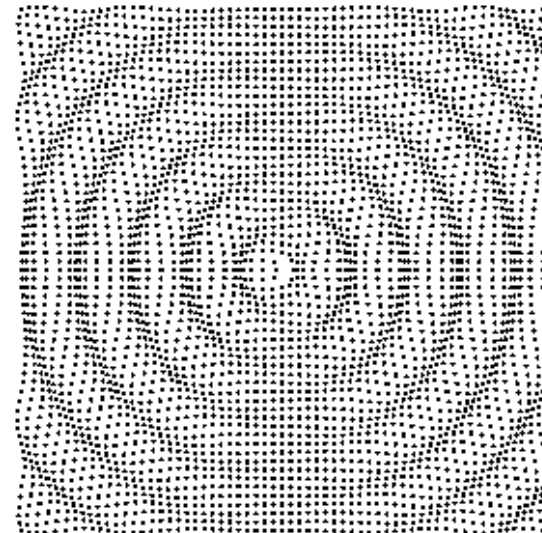
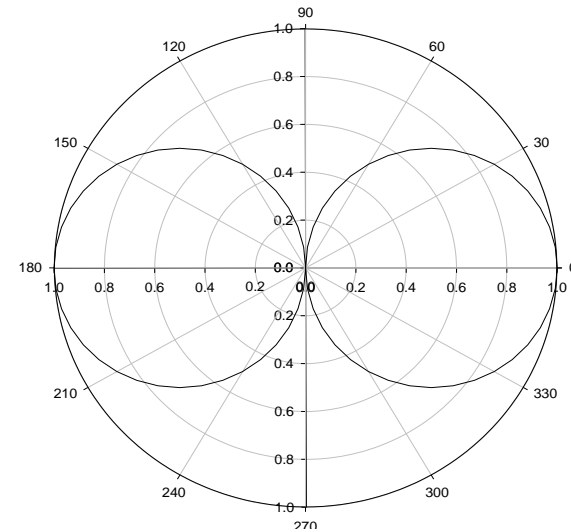
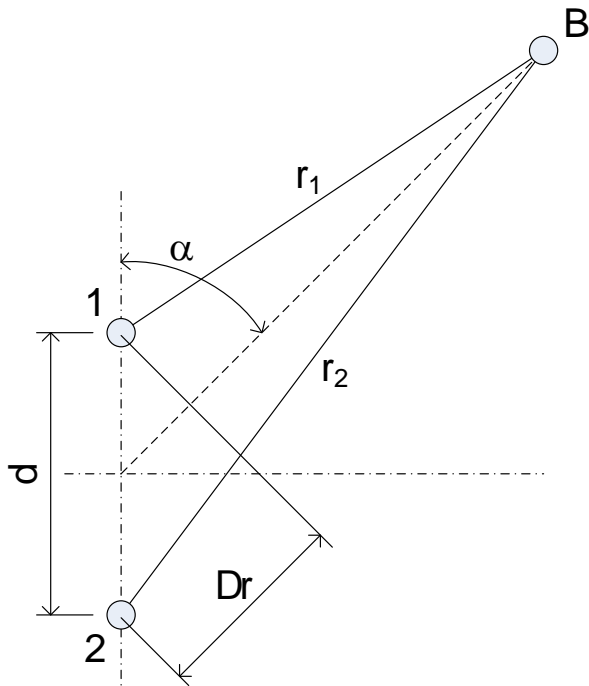


Smerové vlastnosti akustických vysielateľov

- smerová funkcia
- činiteľ resp. index smerovosti
- smerový uhol

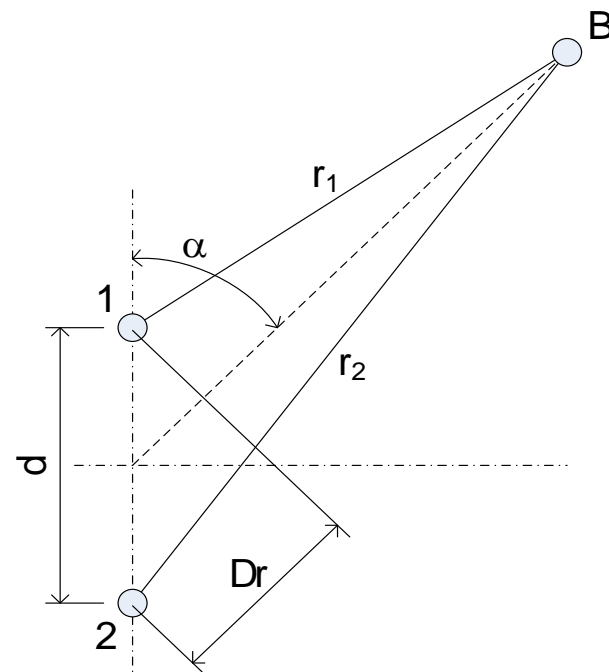
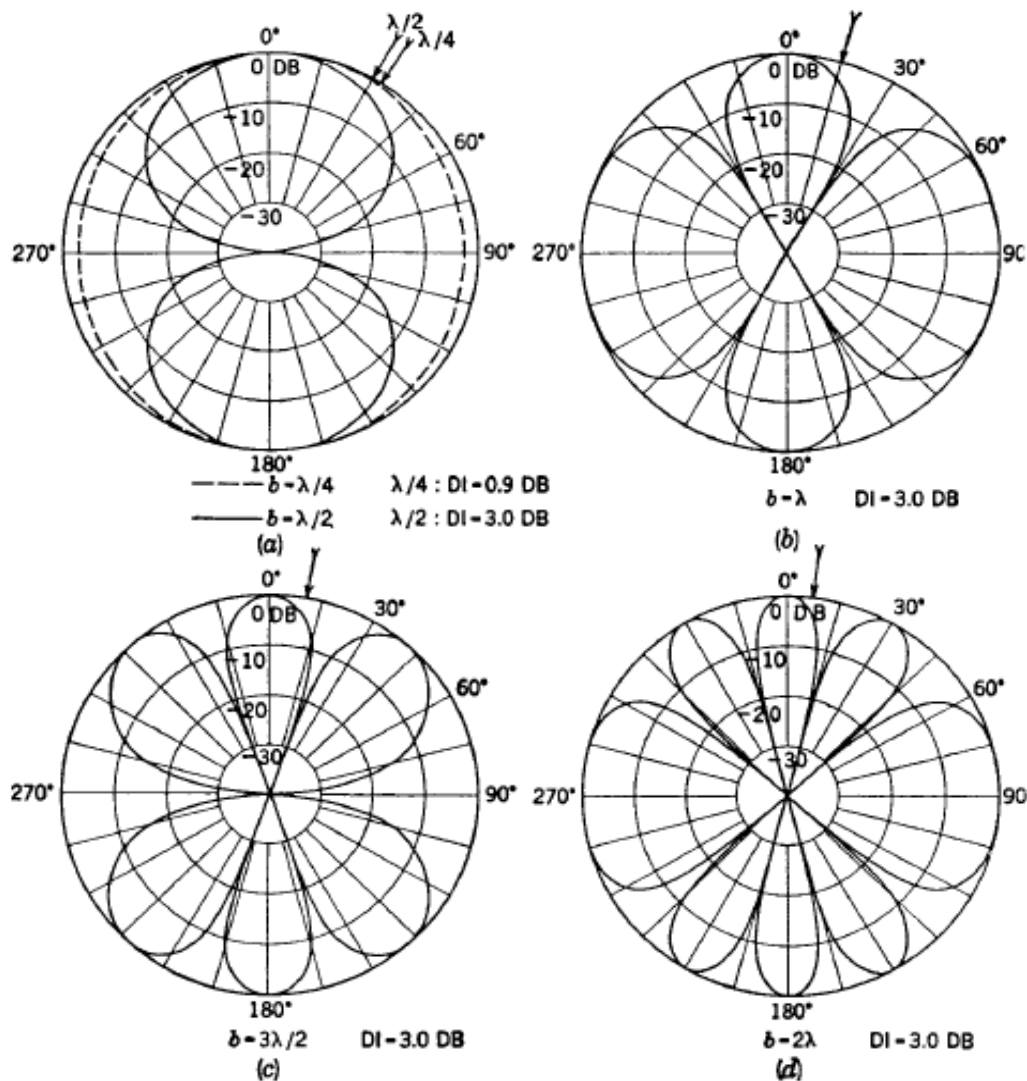
Akustický vysílač prvního řádu – akustický dipól

- dva bodové zdroje, vysílající v protifáze



$$\eta_1 = \frac{p(\alpha)}{p(0)} = \frac{{}_1\Phi(\alpha)}{{}_1\Phi(0)} = \cos \alpha$$

Dva bodové zdroje vysielaajúce vo fáze



- rad bodových zdrojov, vysielaucich vo fáze

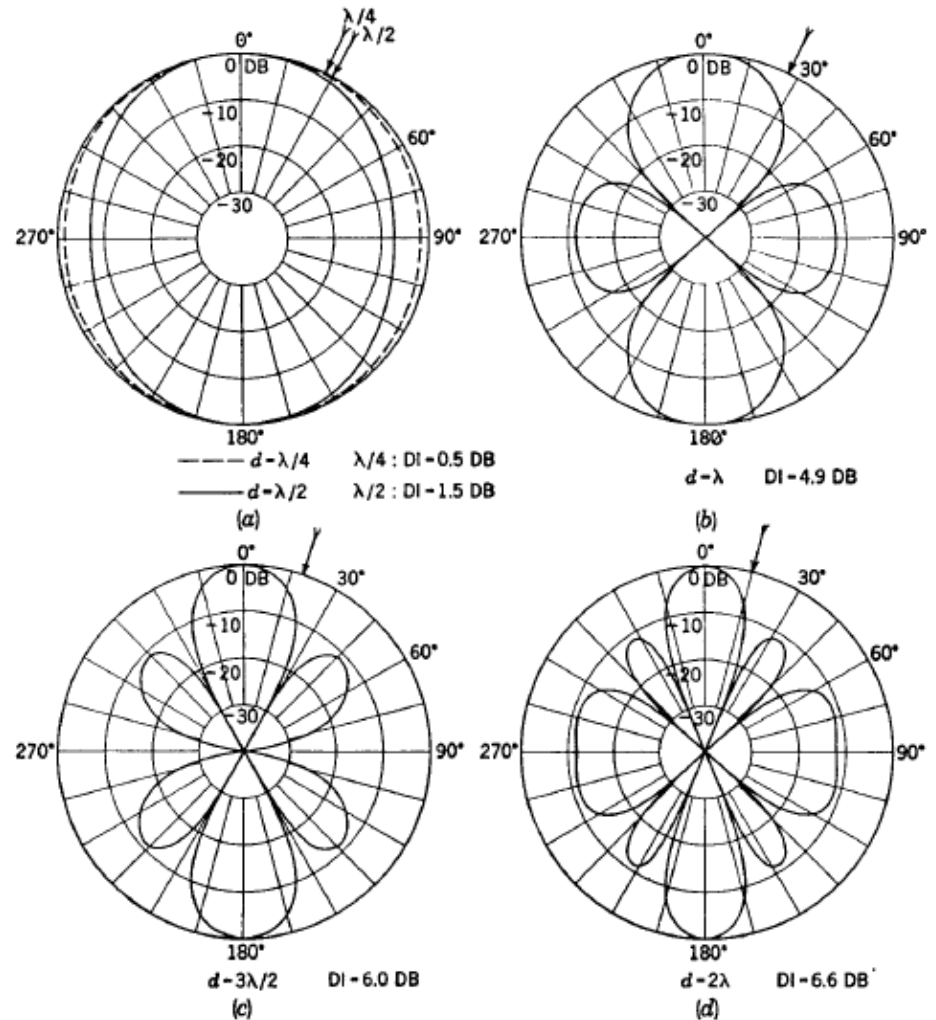
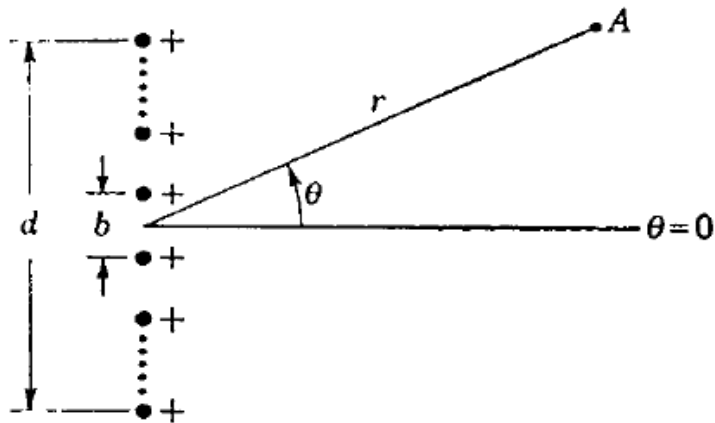
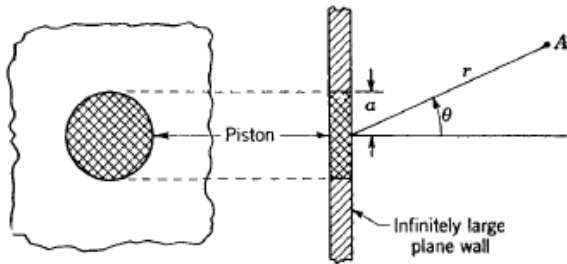


FIG. 4.5. Directivity patterns for a linear array of four simple in-phase sources evenly spaced over a length d . The boxes give the directivity index at $\theta = 0^\circ$. One angle of zero directivity index is also indicated by the arrow.

Smerové funkcie piesta v nekonečnej stene



• Smer vysielania piesta v nekonečnej stene závisí od frekvencie (vlnovej dĺžky) a /alebo rozmerov piesta, čo je charakterizované súčinom ka

• Pri $ka < 1$ (rozmary porovnateľné alebo menšie, než vlnová dĺžka) je piest takmer všesmerovým vysielateľom

• So zvyšujúcim sa súčinom ka sa smerovosť piesta zvyšuje

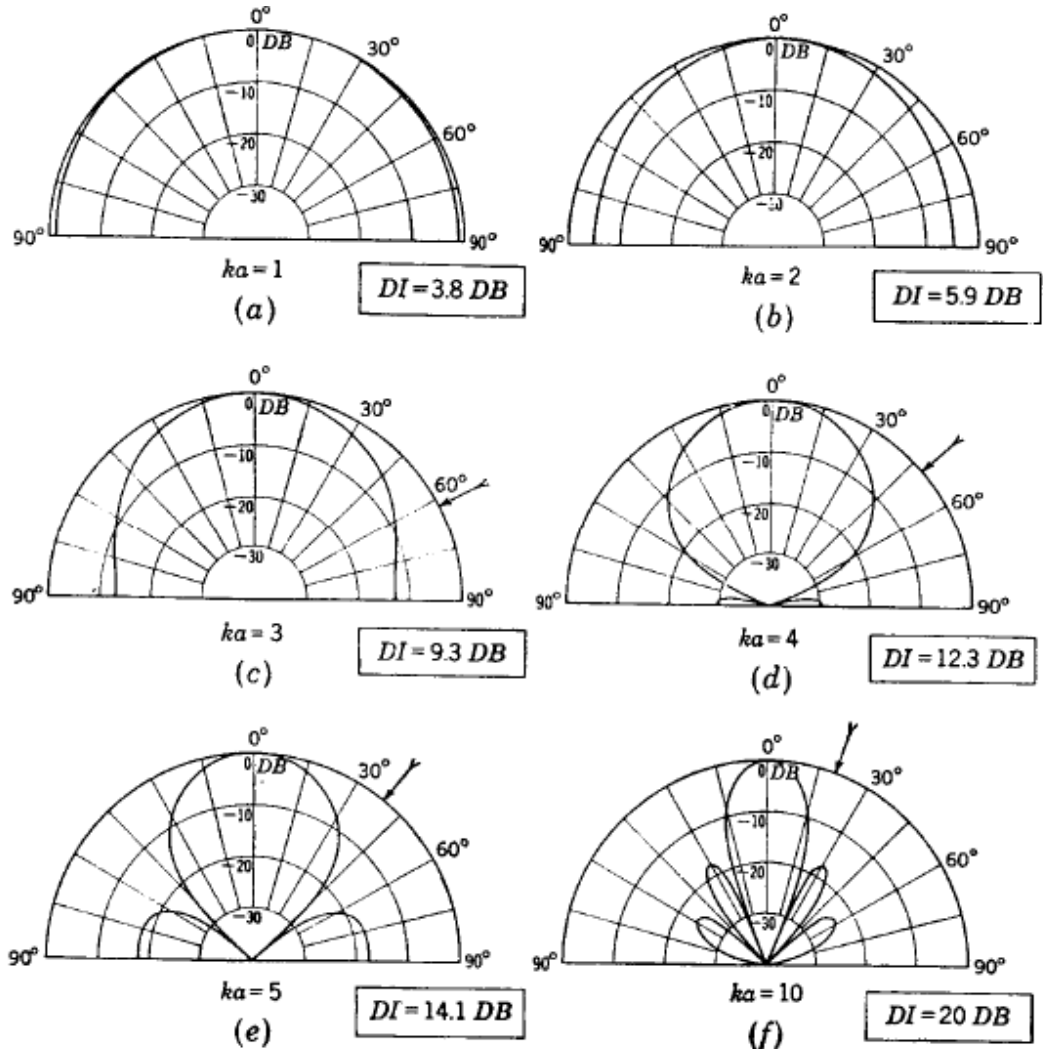
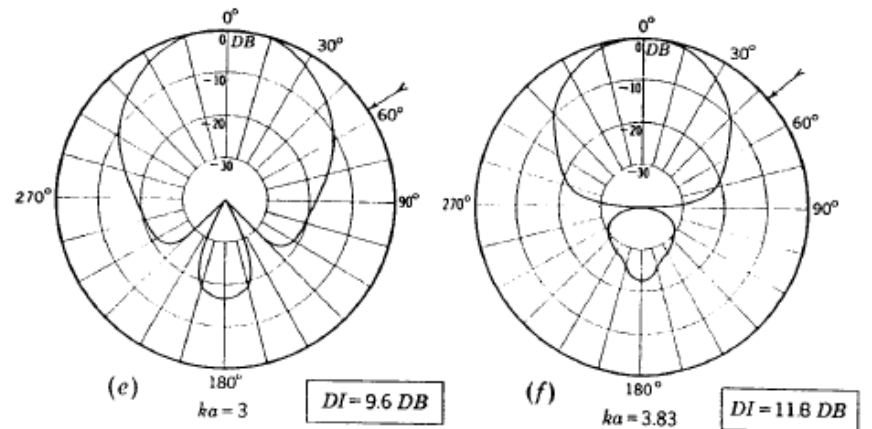
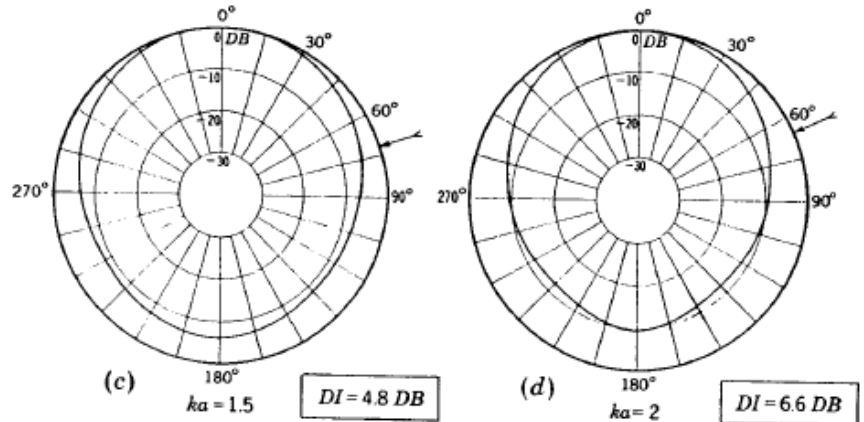
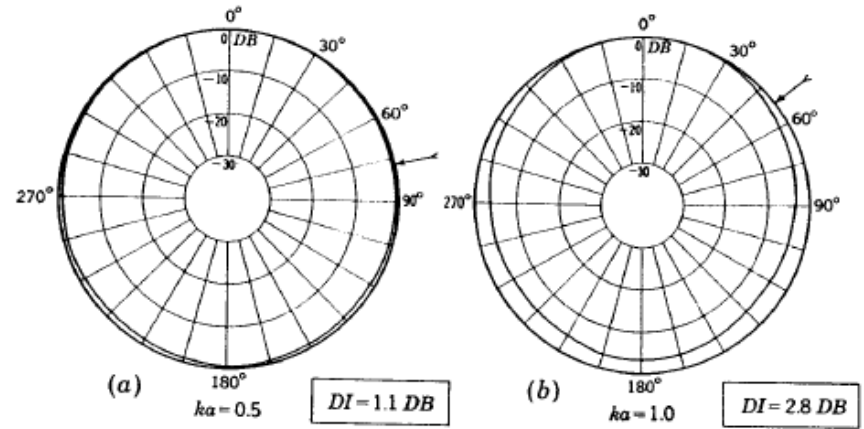
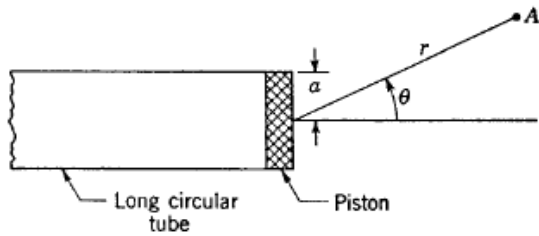


FIG. 4.10. Directivity patterns for a rigid circular piston in an infinite baffle as a function of $ka = 2\pi a/\lambda$, where a is the radius of the piston. The boxes give the directivity index at $\theta = 0^\circ$. One angle of zero directivity index is also indicated. The DI never becomes less than 3 db because the piston radiates only into half-space.

- smerové vlastnosti piesta na konci akustickej trubice



- smerové charakteristiky voľne kmitajúceho piesta

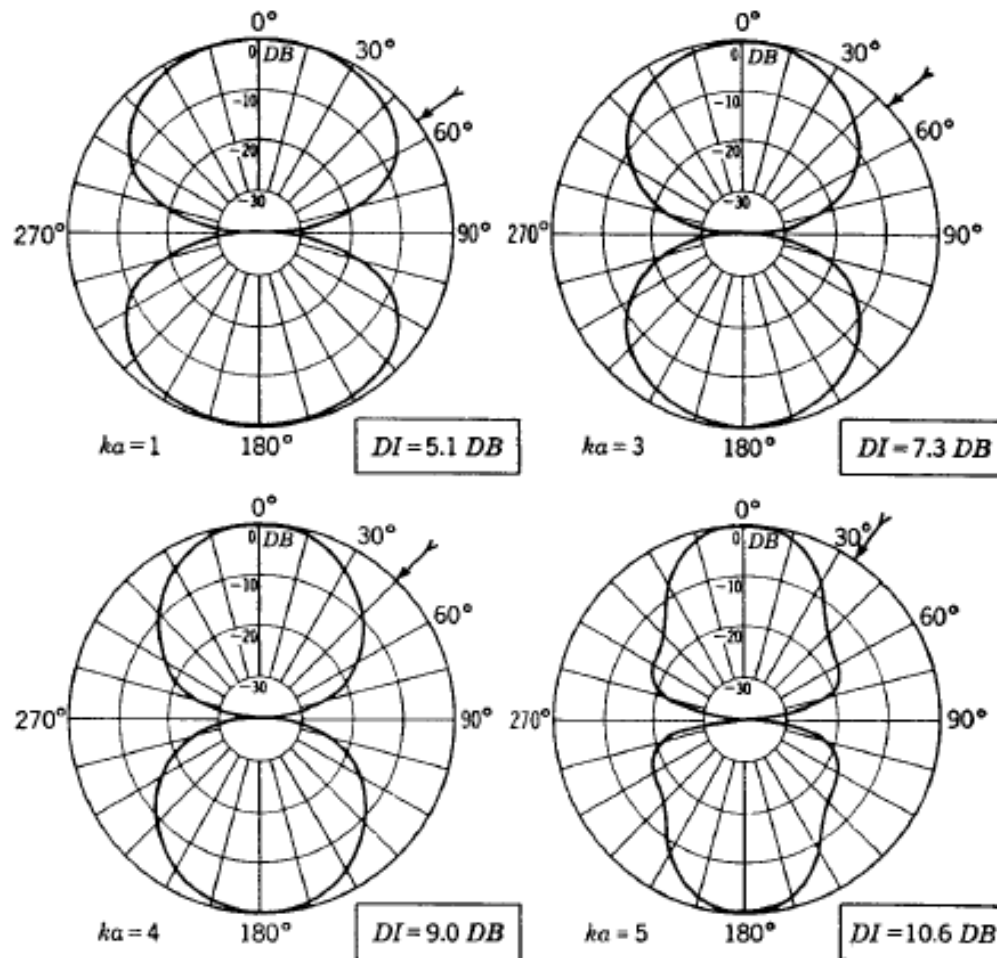


FIG. 4.13. Directivity patterns for an unbaffled rigid circular piston of radius a located in free space at an angle θ a large distance r from the point of measurement A . For $ka < 1$, the directivity pattern is the same as that for the doublet. The boxes give the directivity index at $\theta = 0^\circ$. One angle of zero directivity index is also indicated by the arrow.

- Parabolický megafón

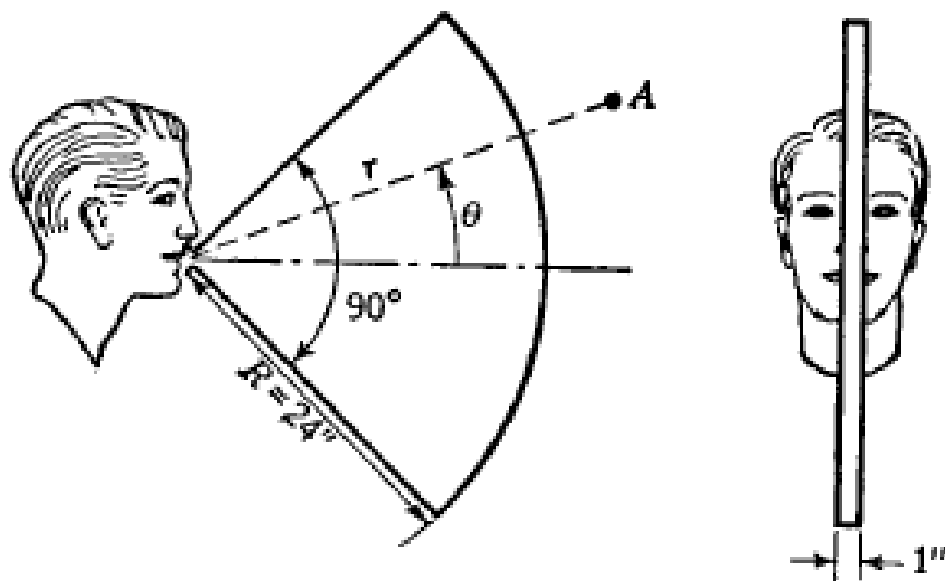


FIG. 4.14. Parabolic megaphone suitable for use by a cheerleader in a football stadium.

Smerové charakteristiky parabolického megafónu

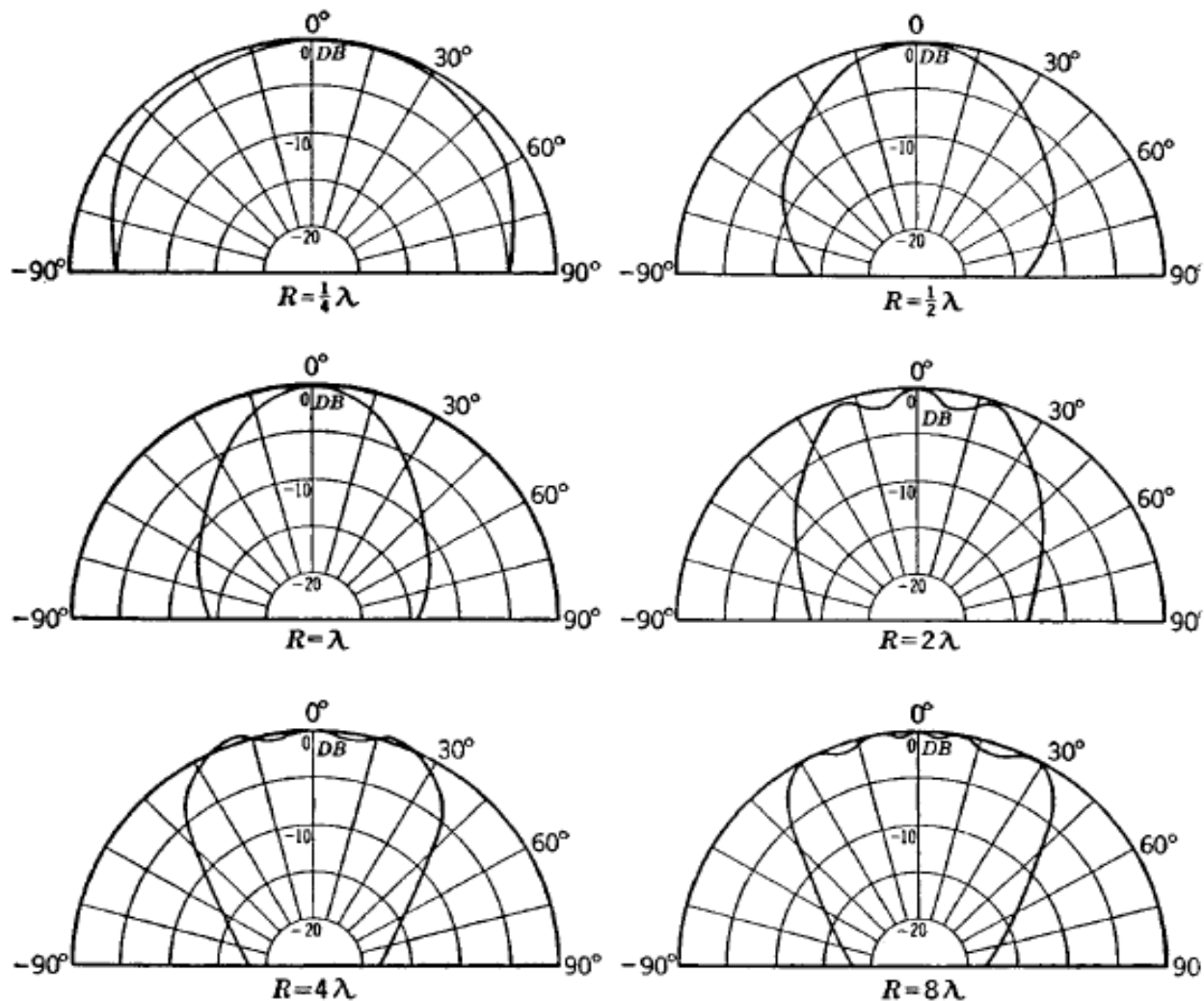
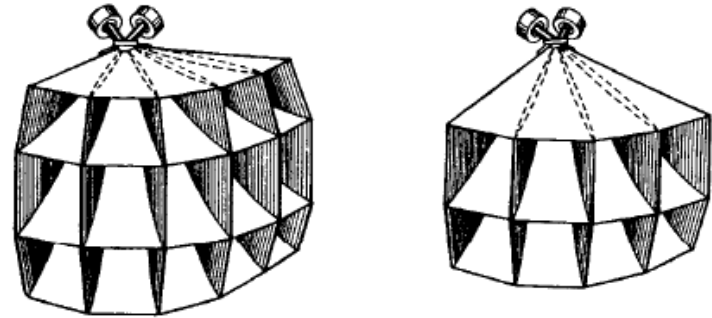


FIG. 4.15. Directivity patterns for the parabolic megaphone of Fig. 4.14 in the plane containing the arc of the opening.



(a)

(b)

FIG. 4.16. Multicellular horns with curved radiating fronts. (a) $3 \times 5 = 15$ cells
(b) $2 \times 4 = 8$ cells.

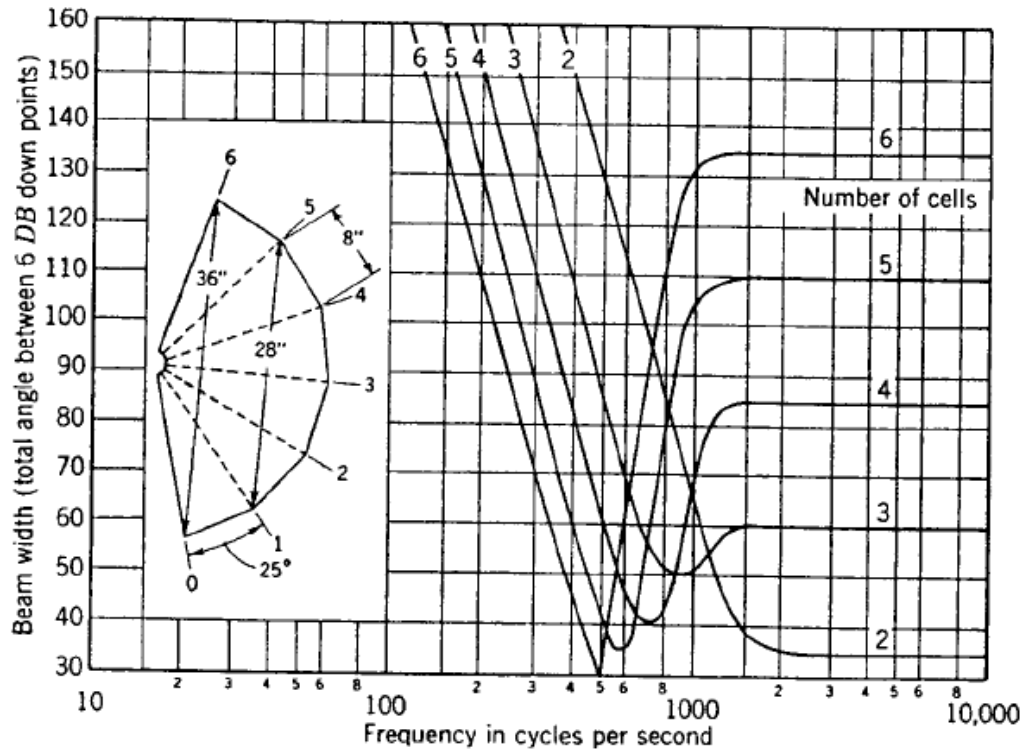


FIG. 4.17. Beam widths of multicellular horns constructed as shown in the insert and as sketched in Fig. 4.16.

Otázky

1. Jednou vetou definujte, čo je akustický vysielateľ.
2. Náhradná (analogická) schéma vysielacej impedancie pulzujúcej gule je:
 - a) sériové zapojenie frekvenčne nezávislého akustického odporu a hmotnosti
 - b) paralelné zapojenie frekvenčne závislého akustického odporu a hmotnosti
 - c) sériové zapojenie frekvenčne závislého akustického odporu a hmotnosti
3. akustický dipól tvoria
 - a) dva bodové zdroje, vysielajúce vo fáze
 - b) dva bodové zdroje, vysielajúce v protifáze

