

# 1. Šírenie prízemných elektromagnetických vln

*Šírenie prízemných elektromagnetických vln do značnej miery závisí od elektrických parametrov povrchových vrstiev Zeme.*

Prítomnosť Zeme a zvláštnosti zloženia atmosféry pôsobia na šírenie elektromagnetických vln dvojakým spôsobom. Tam, kde sa elektromagnetická vlna dotýka polovodičového povrchu Zeme, skresľuje sa štruktúra vlny, čo je príčinou vzniku tlmenia. Guľový tvar povrchu spôsobuje ohyb (difrakciu) dráhy šírenia vlny okolo zemského povrchu.

Prízemné vlny delíme na vlny povrchové a vlny priestorové. Povrchová vlna je vyžarovaná vysielačou anténou umiestnenou bezprostredne nad povrchom Zeme a šíri sa pozdĺž tohto povrchu, t.j. ohýbajú okolo neho vplyvom difrakcie. Priestorová vlna sa vyskytuje hlavne v prípade veľmi krátkych vln, keď antény (vďaka svojim malým rozmerom) sú umiestnené relatívne vysoko nad zemským povrchom. Priestorové vlny s väčšou vlnovou dĺžkou sa používajú pri spojeniach medzi Zemou a lietadlom. Priestorové vlny ďalej delíme na vlny priame a vlny odrazené od zemského povrchu.

## 1.1. Elektrické vlastnosti zemského povrchu

Procesy šírenia elektromagnetických vln prebiehajú v relatívne veľmi tenkej vrstve zemskej kôry. Túto aktívnu vrstvu nazveme pôdou. Jej fyzikálne vlastnosti ovplyvňujú procesy šírenia vln. Základnými parametrami pôdy, vplyvajúcimi na vlastnosti šírenia sú: elektrická vodivosť  $\sigma$ , permitivita  $\epsilon$  a permeabilita  $\mu$ . Elektrické vlastnosti jednotlivých zložiek pôdy, podložia a objektov na zemskom povrchu závisia od ich štruktúry, teploty a vlhkosti.

Pri rozbere šírenia na danej trase vždy uvažujeme lokálne vlastnosti pôdy, ktoré budú charakterizovať procesy šírenia elektromagnetickej vlny. Aby sme si vedeli predstaviť vlastnosti hornín, nachádzajúcich sa v povrchových vrstvách a ich rozloženie na zemskom povrchu, klasifikujeme ich jednak podľa fyzikálnych vlastností a osobitne podľa vlastností, ktorá charakterizujú procesy šírenia elektromagnetických vln.

Súčasná geológia rozoznáva viac ako 1000 druhov hornín, ktoré delíme na tri hlavné skupiny:

Magmatické (vyvreté), ktoré sa dostali do zemskej kôry vplyvom sopečnej činnosti.

Usadené (sedimentárne), ktoré vznikli z magmatických pôsobením deštruktívnych síl na pôvodnú horninu. V niektorých prípadoch vznikli tieto druhy pôsobením biologických procesov najmä v morskej vode. Tieto druhy sú veľmi pórovité.

Metamorfózne (premenené), ktoré vznikli vplyvom rôznych geologických javov na magmatické alebo usadené druhy hornín, čím zmenili svoje pôvodné vlastnosti a nadobudli tvrdú kryštalickú štruktúru. Svojimi novými vlastnosťami sú veľmi príbuzné magmatickým druhom.

Tieto tri skupiny hornín možno vidieť na povrchu všetkých kontinentov našej planéty, avšak 75 % ich povrchu tvoria usadeniny v podobe tenkej vrstvy (od niekoľkých metrov až do niekoľkých kilometrov) na

povrchu. Magmatická a metamorfózne druhy hornín tvoria základ kontinentov do veľkej hĺbky zemskej kôry.

V niektorých miestach je vrstva usadených hornín prerušená vystúpením magmatických alebo metamorfózných druhov na povrch v podobe hôr, a preto roviny majú typické vlastnosti usadlých druhov hornín. Naproti tomu sú hory zviazané s vlastnosťami magmatických a metamorfózných hornín. A tak na miestach, kde prevládajú hory a kde je reliéf povrchu veľmi zložitý, má podstatný vplyv na šírenie a jeho vlastnosti difrakcia a elektrické vlastnosti pôdy sa uplatnia len veľmi mierne. Na rovinách, kde je reliéf povrchu jednoduchý, uplatnia sa predovšetkým elektrické vlastnosti pôdy.

Magmatické horniny vznikli vyliatím lávy na povrch, alebo jej stvrdnutím pod povrchom. Majú vysoký obsah kyslíka, kremíka a asi 23 % kovov (Al, Fe, Ca, Na, K, Mg). Pre vysoký obsah silikátov nie sú schopné prijímať vodu, a preto sa vyznačujú malou elektrickou vodivosťou. Sú veľmi tvrdé a mechanicky a chemicky veľmi stále.

Metamorfózne horniny vznikli za vysokých teplôt alebo tlakov vo veľkých hĺbkach bez prístupu vzduchu, počas dlhších geologických období, čím nadobudli svoj kryštalický charakter. Všeobecne sa vyznačujú malou elektrickou vodivosťou (mramor) len pyrity, ktoré vystúpili na povrch zeme, tvoria vplyvom pôsobenia vzduchu kyselinu sírovú, čím nadobúdajú väčšiu elektrickú vodivosť.

Magmatické a metamorfózne horniny sa ťažko vymývajú, a preto na ne pôsobia len mechanické sily a teplo; tak vzniká zvetrávanie a drobenie.

Usadené horniny sa od magmatických a metamorfózných líšia svojimi mechanickými a fyzikálnymi vlastnosťami. Magmatické a metamorfózne druhy tvoria materskú horninu, z ktorej pôsobením atmosféry, biosféry a gravitačných síl vznikli usadené druhy. Pôsobením vetrov, vôd a iných činiteľov sa dostali pôvodné materské rozrušené horniny na rozsiahle územia za rôznych geologických situácií. Pritom jednotlivé usadené vrstvy mohli nadobudnúť rôzne zloženie a hrúbku. Na tieto vrstvy pôsobia slnko, voda a organizmy, mení sa tým ich mikro a makroštruktúra, ako aj chemické zloženie.

V usadených vrstvách rozoznávame tri zložky:

tvrdú - obsahujúcu rôzne minerály ako kremeň, slúdu, kaolín a pod., ktoré majú viac alebo menej priepustnú pórovitú vrstvu;

tvárovateľnú - sú to hliny, po zmáčaní sú tieto vrstvy pre vodu nepriepustné;

sypkú - ide o piesky; tieto vrstvy vodu prepúšťajú.

Pôsobením gravitačných síl sa dostáva povrchová voda podľa prepúšťacích schopností pôdy do hĺbky a pôsobí na chemické zloženie vrstiev tým, že vymýva soli. Tento vodný režim sa v priebehu roka periodicky mení.

Zmeny denných a ročných teplôt pôsobia najmä do hĺbky 30 až 40 cm. V hĺbke 10 až 15 m je teplota pôdy konštantná.

Pri rozbere šírenia elektromagnetických vln v blízkosti povrchu Zeme treba nahradiť skutočné podmienky, za ktorých prebieha proces šírenia, podmienkami idealizovanými. Idealizácia je v tom, že skutočný drsný povrch zemegule nahradíme dokonale hladkým povrchom, ktorý má rovnakú elektrickú vodivosť  $\sigma$  a dielektrickú konštantu  $\epsilon$  ako skutočný zemský povrch. Význam tohto zjednodušenia vidieť v tom, ak porovnáme rôzne druhy povrchu zemegule so stupňom ich drsnosti. Oceány a moria pokrývajú 71 % povrchu Zeme vodou. Z hľadiska elektrických vlastností musíme rozlišovať slanú morskú vodu od sladkej vody riečnej a jazernej. Drsnosť vodného povrchu je závislá od veľkosti plochy a sily vetra. Nerovnosti terénu a jeho pokrytie (lúky, lesy, mestá, a pod.) sa prejavujú podobným spôsobom ako vlastnosti pôdy.

Pevninu si idealizujeme na vlhkú pôdu (lúky, polia, lesy) a suchú pôdu (púšte, kopce, hory a skaly). Stupeň nerovnosti treba posudzovať vzhľadom na vlnovú dĺžku, tzn. že povrch Zeme môžeme rozdeliť na dve skupiny:

Do prvej skupiny patria tie druhy povrchu, ktoré sa vyznačujú nepatrnými nerovnosťami tak, že ich môžeme priamo nahradiť hladkým povrchom s určitými elektrickými parametrami.

Do druhej skupiny patria povrchy s veľkými nerovnosťami, ktoré nahradzujeme hladkým povrchom s určitými elektrickými parametrami. Elektrické parametre hladkého polovodivého povrchu sa vyberú tak, že útlm elektromagnetických vln nad touto fiktívnou pôdou je rovnaký ako nad skutočnou pôdou. Takéto parametre pôdy nazývame ekvivalentnými.

Typickým príkladom povrchov druhej skupiny je les a veľké mesto. Vlny, šíriace sa nad lesom, sú predovšetkým tlmené tým, že elektromagnetická vlna indukuje prúdy v kmeňoch a konároch stromov, ktoré môžeme uvažovať ako územné antény z polovodivého materiálu. Je zrejmé, že spôsob, ktorým les tlmí elektromagnetické vlny, nemá nič spoločné so spôsobom útlmu, ktorý vyvoláva hladký, polovodivý povrch Zeme. Rovnakým spôsobom možno zvoliť parametre hladkého, polovodivého povrchu, ktoré sú z hľadiska útlmu ekvivalentné účinku mesta V nasledujúcej tabuľke (Tab. 2.1) sú uvedené parametre, ktoré určujú elektrické vlastnosti jednotlivých druhov povrchu Zeme.

**Tab. 1.1: Parametre - elektrické vlastnosti niektorých druhov zemského povrchu**

| Typ povrchu | Relatívna permitivita $\epsilon_r$ | Špecifická vodivosť $\sigma$ [S/m] |
|-------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Vlhká pôda  | 10 až 30                           | $10^{-3}$ až $10^{-2}$             |
| Suchá pôda  | 3 až 6                             | $10^{-4}$ až $10^{-3}$             |
| Hory        | -                                  | $7 \cdot 10^{-4}$                  |
| Lesy        | -                                  | $10^{-3}$                          |
| Veľké mestá | -                                  | $10^{-3}$                          |
| Morská voda | 80                                 | 4                                  |
| Sladká voda | 80                                 | $10^{-3}$                          |

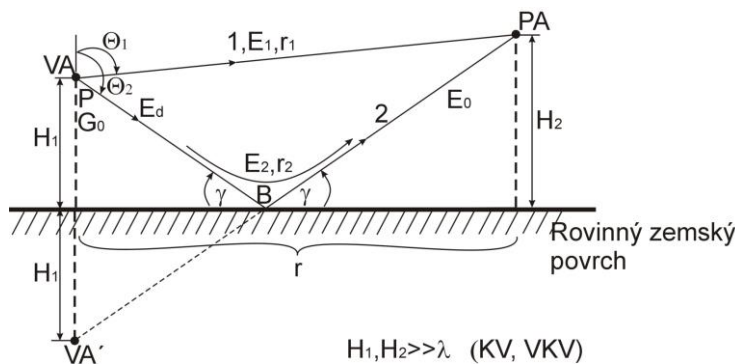
Povrchové vrstvy Zeme majú v nehomogénnu štruktúru. Preto často neuvažujeme elektrické parametre jednotlivých zložiek, ale zavádzame ich ekvivalentné hodnoty, t.j. hovoríme o takých elektrických parametroch, aké by mala homogénna vrstva, ktorej vplyv na vlastnosti elektromagnetických vln by bol rovnaký, ako reálnej vrstvy s rovnakou hrúbkou. Hrúbka vrstvy, ktorá ovplyvňuje šírenie elektromagnetických vln, závisí od vlnovej dĺžky. Čím je vlnová dĺžka väčšia, tým hrubšia vrstva zeme ovplyvňuje šírenie vlny.

## 1.2. Šírenie elektromagnetických vln medzi anténami umiestnenými nad homogénnym rovinným zemským povrchom

Vo všeobecnom prípade popis elektromagnetického poľa v mieste príjmu vykonávame riešením Maxwellových rovníc s príslušnými okrajovými podmienkami. Toto riešenie je omnoho jednoduchšie, ak prijímacia anténa (PA) aj vysielačacia anténa (VA) sú umiestnené nad rovinným zemským povrchom vo výške, ktorá je omnoho väčšia ako vlnová dĺžka. Antény sú pritom napájané nevyžarujúcim (uzavretým) vedením. Takéto antény sa používajú v oblasti krátkych a veľmi krátkych vln. Elektromagnetické pole v mieste príjmu môžeme potom považovať za superpozíciu vlny priamej (1) a vlny odrazenej od povrchu Zeme (2) (Obr. 2.1). Pre intenzitu elektrického poľa priamej vlny platí vzťah

$$E_1 = \frac{\sqrt{60PG_0} F(\Theta_1)}{r_1} e^{-jk_0 r_1}, \quad (2.1)$$

kde  $P$  je výkon dodávaný do vysielačcej antény,  $G_0$  je energetický zisk vysielačcej antény vzhľadom na izotropnú anténu,  $F(\Theta)$  je normovaná smerová charakteristika vysielačcej antény,  $r_1$  je vzdialenosť medzi vysielačcou a prijímacou anténou pozdĺž priameho lúča 1.



Obr. 1.1: Šírenie elektromagnetických vln

Pre intenzitu elektrického poľa odrazenej vlny platí podobný vzťah

$$E_2 = \frac{\sqrt{60PG_0} F(\Theta_2)}{r_2} e^{-jk_0 r_2}, \quad (2.2)$$

kde  $R$  je koeficient odrazu a  $r_2$  je dráha, ktorú prešla odrazená elektromagnetická vlna.

Pre horizontálne polarizovanú vlnu, ktorá sa v oblasti krátkych a veľmi krátkych vln najčastejšie používa, platí pre koeficient odrazu vzťah

$$R_H = \frac{\sin \gamma - \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \gamma}}{\sin \gamma + \sqrt{\epsilon_r' - \cos^2 \gamma}}, \quad (2.3)$$

kde  $\varepsilon_r'$  je relatívna komplexná permitivita zemského povrchu

$$\varepsilon_r' = \varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} = \varepsilon_r - j60\lambda_0\sigma. \quad (2.4)$$

Vektory intenzity elektrického poľa priamej aj odrazenej vlny sú v tomto prípade rovnobežné a výsledné pole je súčtom polí  $\vec{E}_1$  a  $\vec{E}_2$

$$E = \sqrt{60PG_0} \left[ F(\Theta_1) \frac{e^{-jk_0r_1}}{r_1} + F(\Theta_2) R_H \frac{e^{-jk_0r_2}}{r_2} \right]. \quad (2.5)$$

V prípade vertikálnej polarizácie platí pre koeficienty odrazu vzťah)

$$R_V = \frac{\varepsilon_r' \sin \gamma - \sqrt{\varepsilon_r' - \cos^2 \gamma}}{\varepsilon_r' \sin \gamma + \sqrt{\varepsilon_r' - \cos^2 \gamma}} \quad (2.6)$$

a vektory  $\vec{E}_1$  a  $\vec{E}_2$  nie sú rovnobežné. Výsledné pole je polarizované elipticky, pričom zvislú zložku intenzity možno vyjadriť vzťahom

$$E_Z = E_1 \sin \Theta + E_2 \sin \Theta_2 = \sqrt{60PG_0} \left[ F(\Theta_1) \sin \Theta_1 \frac{e^{-jk_0r_1}}{r_1} + F(\Theta_2) \sin \Theta_2 R_V \frac{e^{-jk_0r_2}}{r_2} \right]. \quad (2.7)$$

Pre väčšinu praktických aplikácií je vzdialenosť medzi anténami omnoho väčšia ako výšky  $H_1$  a  $H_2$ . Môžeme potom predpokladať, že hustota vyžarovania pre smer priamej i odrazenej vlny je rovnaká a pre rozdiel dráh lúčov 1 a 2 platí

$$\Delta r \approx \frac{2H_1H_2}{r}. \quad (2.8)$$

Ak uvažujeme častejší prípad horizontálnej polarizácie a uvažíme, že uhol dopadu odrazenej vlny je približne  $90^\circ$ , koeficient odrazu  $R_H \approx -1$ . Potom pre absolútnu hodnotu intenzity elektrického poľa v mieste príjmu dostaneme

$$|E| = \frac{2\sqrt{60PG_0}}{\lambda r} \left| \sin \left( \frac{2\pi H_1 H_2}{\lambda r} \right) \right|. \quad (2.9)$$

Pre malé argumenty  $2\pi H_1 H_2 / \lambda r$  môžeme vzťah (2.9) zjednodušiť

$$|E| = \frac{4\pi\sqrt{60PG_0} H_1 H_2}{\lambda r^2}. \quad (2.10)$$

Ak použijeme praktické jednotky ( $[P] = kW, [E] = mV/m, [\lambda, H_1, H_2] = m, [r] = km$ ), vzťah (2.10) napíšeme v tvare

$$|E| = \frac{3,94\sqrt{PGH_1H_2}}{\lambda r^2}, \quad (2.11)$$

kde  $G$  je zisk vysielacej antény vzhľadom na polvlnový dipól.

### 1.3. Šírenie povrchových elektromagnetických vln nad homogénnym rovinným zemským povrchom

Povrchové elektromagnetické vlny sú prízemné vlny, ktoré sa šíria pozdĺž zemského povrchu. Tieto vlny vznikajú v prípade antén umiestnených v malej výške (v porovnaní s vlnovou dĺžkou) nad povrchom Zeme. Riešenie úloh o šírení povrchových elektromagnetických vln sa zjednoduší pri použití Leontovičových okrajových podmienok, ktoré si odvodíme.

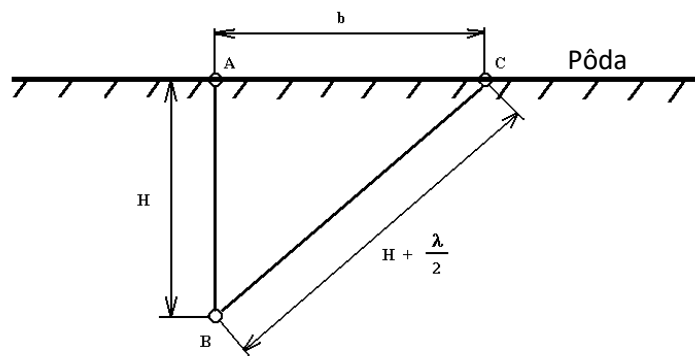
Uvažujme prostredie, ktorého veľkosť relatívnej komplexnej permitivity je omnoho väčšie ako jednotka

$$\sqrt{\varepsilon_r^2 + (60\lambda_0\sigma)^2} \gg 1. \quad (2.12)$$

Ak platí podmienka (2.12), bez ohľadu na to, či je to dôsledok veľkého  $\varepsilon_r$  alebo veľkého súčinu  $60\lambda_0\sigma$ , potom aj reálna časť komplexného indexu lomu je omnoho väčšia ako jednotka

$$\text{Re}[n'] = \text{Re}\left[\sqrt{\varepsilon_r}\right] \gg 1 \quad (2.13)$$

a vlnová dĺžka v zemi  $\lambda = \lambda_0 / n$  je omnoho menšia ako vlnová dĺžka vo voľnom priestore (vo vzduchu). Podmienka (2.12) platí pre väčšinu druhov pôdy, ktoré sa vyskytujú v praxi.



Obr. 1.2: K určaniu poľa pod povrchom zeme

Uvažujme, že pozdĺž vodivého povrchu zeme sa šíri vo vzduchu elektromagnetická vlna s vlnovou dĺžkou  $\lambda_0$ . Pre výpočet elektromagnetického poľa v bode B v hĺbke  $H$  pod povrchom zeme (Obr. 2.2) možno využiť Huygensov princíp a sčítať v bode B polia vytvorené elementárnymi zdrojmi na povrchu Zeme. Výsledné

pole závisí predovšetkým od elementárnych zdrojov rozložených v prvej Fresnelovej zóne. Keby rozhranie (zemský povrch) bolo ekvifázovou plochou, polomer prvej Fresnelovej zóny  $b$  môžeme určiť z podmienky (2.14)

$$\sqrt{H^2 + b^2} - H = \frac{\lambda}{2} \quad (2.14)$$

v tvare

$$b = \sqrt{H\lambda + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} . \quad (2.15)$$

Ak hĺbka  $H$  je malá v porovnaní s vlnovou dĺžkou, potom platí

$$b \approx \frac{\lambda}{2} \ll \lambda_0 . \quad (2.16)$$

Rozmery prvej Fresnelovej zóny sú potom porovnateľné s vlnovou dĺžkou v zemi, ale sú malé v porovnaní s vlnovou dĺžkou vo vzduchu. Z toho vyplýva, že na úseku s priemerom  $2b$  (priemer prvej Fresnelovej zóny) môžeme pole považovať za súfázové. Pole v malej hĺbke  $B$  je výsledkom pôsobenia súfázových elementárnych sekundárnych žiaričov rozložených na malej ploche. Súfázovo budená plocha je zdrojom rovinatej elektromagnetickej vlny, ktorá sa šíri do zeme v smere kolmom na jej povrch. Intenzita magnetického poľa elektromagnetickej vlny v polovodivom prostredí súvisí s intenzitou elektrického poľa podľa vzťahu

$$H_{2Y} = -\frac{\sqrt{\varepsilon_r'}}{Z_0} E_{2X} . \quad (2.17)$$

Na rozhraní vzduchu a zeme ( $z = 0$ ) musia byť dotyčnicové zložky intenzity elektrického a magnetického poľa spojité, t.j. platí

$$H_{2Y} = H_{1Y} , \quad (2.18)$$

$$E_{2X} = E_{1X} . \quad (2.19)$$

Po dosadení vzťahov (2.18) a (2.19) do vzťahu (2.17) dostaneme pre  $z = 0$  podmienku

$$H_{1Y} = -\frac{\sqrt{\varepsilon_r'}}{Z_0} E_{1X} . \quad (2.20)$$

Vzťah (2.20) sa nazýva približná Leontovičová okrajová podmienka, ktorá vyjadruje vzťah medzi horizontálnymi zložkami intenzity elektrického a magnetického poľa vo vzduchu pomocou parametrov zemského povrchu ( $\varepsilon_r'$ ).

Podmienku (2.20) môžeme vyjadriť aj v inom tvare. Jej derivovaním podľa  $x$  dostaneme vzťah

$$\frac{\partial H_{1Y}}{\partial x} = -\frac{\sqrt{\varepsilon_r'}}{Z_0} \frac{\partial E_{1X}}{\partial x} . \quad (2.21)$$

Z Maxwellových rovníc)

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad (2.22)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}_1 = j\omega \varepsilon_0 \vec{E}_1 \quad (2.23)$$

vyplýva

$$\frac{\partial E_{1X}}{\partial x} = -\frac{\partial E_{1Z}}{\partial z} , \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial H_{1Y}}{\partial x} = j\omega \varepsilon_0 E_{1z} . \quad (2.25)$$

Po dosadení (2.24) a (2.25) do (2.21) dostaneme približnú Leontovičovú okrajovú podmienku v tvare

$$\frac{\partial E_{1z}}{\partial z} = \frac{jk_0}{\sqrt{\varepsilon_r'}} E_{1z} . \quad (2.26)$$

Uvažujme teraz rovinnú elektromagnetickú vlnu, ktorá sa šíri pozdĺž osi  $x$  vo vzduchu

$$E_{1z} = E_m e^{-jk_0 x} , \quad (2.27)$$

$$H_{1Y} = -\frac{1}{Z_0} E_{1z} = -\frac{E_m}{Z_0} e^{-jk_0 x} . \quad (2.28)$$

Zo vzťahu (2.20) vyplýva, že horizontálna zložka intenzity elektrického poľa sa musí rovnať

$$E_{1x} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r'}} E_{1z} . \quad (2.29)$$

Zo spojitosti dotyčnicových zložiek poľa na rozhraní vyplýva

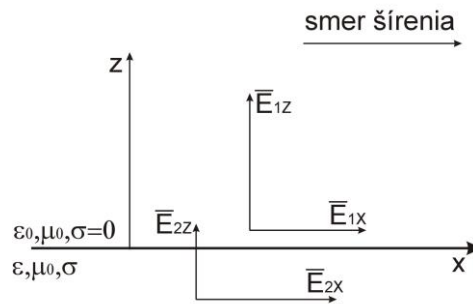
$$H_{2Y} = H_{1Y} , \quad (2.30)$$

$$E_{2X} = E_{1X} . \quad (2.31)$$

Z podmienky spojitosti normálových zložiek vektora elektrickej indukcie  $\vec{D}$  vyplýva



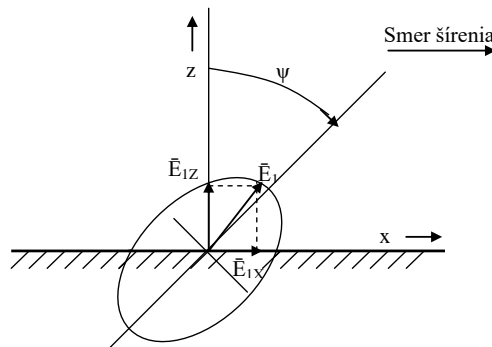
$$E_{2z} = \frac{E_{1z}}{\epsilon_r} . \quad (2.32)$$



**Obr. 1.3: Štruktúra elektromagnetického poľa pri povrchu zeme**

Pomocou známej zložky intenzity elektrického poľa vo vzduchu sme teda vyjadrili ostatné zložky elektromagnetického poľa v oboch prostrediach (Obr. 2.3).

Amplitúda horizontálnej zložky intenzity elektrického poľa klesá so zväčšovaním vodivosti pôdy a vlnovej dĺžky. Pri šírení elektromagnetickej vlny nad dokonale vodivou zemou túto zložka zaniká. V reálnych podmienkach je vodivosť pôdy taká, že horizontálna zložka intenzity elektrického poľa je omnoho menšia ako zložka vertikálna. Vzhľadom na komplexný charakter permitivity pôdy sú tieto zložky fázovo posunuté. Výsledné pole je teda polarizované elipticky (Obr. 2.4).

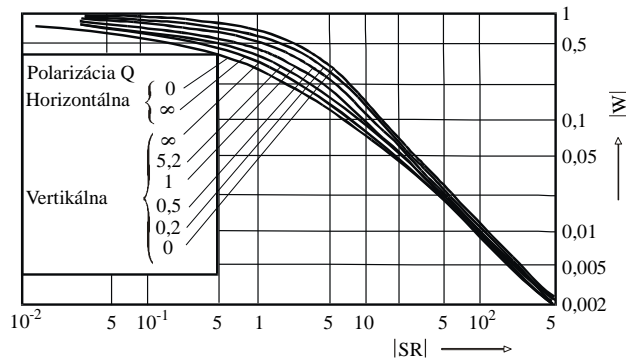


**Obr. 1.4: Elipsa polarizácie povrchovej prízemnej vlny**

Pri najčastejšie sa vyskytujúcich parametroch pôdy je elipsa polarizácie veľmi predĺžená, preto sa nedopustíme veľkej chyby, keď výsledné pole budeme považovať za lineárne polarizovanú pozdĺž jej hlavnej osi. Hovoríme potom o odchýlke čela vlny od normály k rovine rozhrania, pre ktorú platí približný vzťah

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{|E_{1x}|}{|E_{2x}|} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r^2 + (60\lambda_0\sigma)^2}} . \quad (2.33)$$

Zo vzťahov (2.32) a (2.29) vyplýva, že pokiaľ vo vzduchu je vertikálna zložka intenzity elektrického poľa  $\sqrt{\epsilon_r'}$  krát väčšia ako zložka horizontálna, v zemi je zložka horizontálna  $\sqrt{\epsilon_r'}$  krát väčšia ako zložka vertikálna.

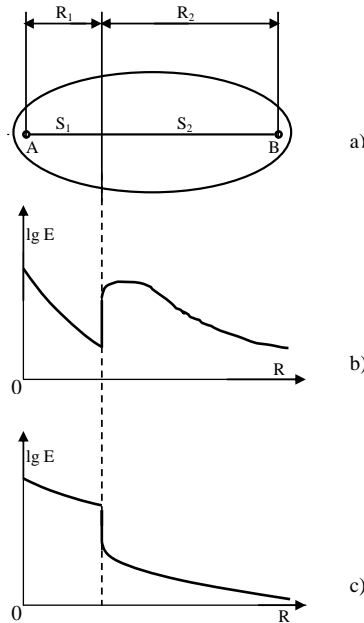


Obr. 1.5: Závislosť činiteľa tlmenia od numerickej vzdialenosti

Pre určenie závislosti amplitúdy elektrického poľa povrchovej vlny od vzdialenosti je potrebné poznať činiteľ tlmenia, ktorý závisí od parametrov pôdy ( $\epsilon_r, \sigma$ ), vlnovej dĺžky, polarizácie a vzdialenosti  $R$ . Závislosť činiteľa tlmenia od tzv. numerickej vzdialenosti, definovanej ako súčin  $SR$ , sú na obrázku (Obr. 2.5). Parameter  $S$  je definovaný vzťahom  $S = -jk_0 / 2\epsilon_r'$  a parameter  $Q = \epsilon_r / 60\lambda_0\sigma$ .

#### 1.4. Šírenie povrchových elektromagnetických vln nad nehomogénnym zemským povrchom

Doteraz uvažovaný prípad šírenia elektromagnetických vln nad homogénnym zemským povrchom sa v praxi vyskytuje zriedka. Omnoho častejšie sa elektromagnetická vlna medzi vysielacou a prijímacou anténou šíri nad zemským povrchom, ktorý pozostáva z niekoľkých častí s rôznymi elektrickými parametrami. Exaktné riešenie tejto úlohy je veľmi zložitá a prakticky je možné ho uskutočniť len za určitých zjednodušujúcich predpokladov.



**Obr. 1.6:** Šírenie elektromagnetických vln nad nehomogénnym zemsým povrchom: a) trasa medzi vysielacou a prijímacou; b) rozloženie intenzity poľa pre  $|S_1| > |S_2|$ ; c) rozloženie intenzity poľa pre  $|S_1| < |S_2|$

Uvažujme, že trasa medzi vysielacou a prijímacou anténou sa skladá z dvoch homogénnych oblastí (Obr. 2.6a). Nech oblasť, v ktorej je vysielacia anténa, má dĺžku  $R_1$  a je charakterizovaná parametrom

$$S_1 = -\frac{jk_0}{2\varepsilon_{r1}} \quad (2.34)$$

a oblasť, v ktorej je prijímacia anténa, má dĺžku  $R_2$  a je charakterizovaná parametrom

$$S_2 = -\frac{jk_0}{2\varepsilon_{r2}} \quad (2.35)$$

Nech okrem toho pre obidva úseky sú splnené podmienky

$$|S_1 R_1| \gg 1 \quad (2.36)$$

a 
$$|S_2 R_2| \gg 1, \quad (2.37)$$

kde súčin  $S_i R_i$  je tzv. numerická vzdialenosť. Podľa Fejnberga činiteľ tlmenia takejto trasy je

$$W \approx \frac{1}{2\sqrt{S_1 S_2 R}}, \quad (2.38)$$

kde  $R = R_1 + R_2$  je vzdialenosť medzi vysielacou a prijímacou anténou. Zo vzťahu (2.38) vyplýva, že nehomogénny zemsý povrch má na šírenie elektromagnetických vln rovnaký účinok, ako homogénny

povrch s parametrom  $S$ , ktorý je geometrickým priemerom parametrov  $S_1$  a  $S_2$  jednotlivých oblastí. Treba si však uvedomiť, že rozloženie elektromagnetického poľa pozdĺž nehomogénnej trasy nie je rovnaké ako pozdĺž trasy homogénnej. Predpokladajme, že úsek trasy s parametrom  $S_1$  má menšiu vodivosť ako úsek s parametrom  $S_2$ , t.j.  $|S_1| > |S_2|$ . Potom intenzita elektrického poľa v dostatočne veľkej vzdialenosti od vysielača sa bude meniť (v porovnaní s poľom vo voľnom priestore) v súlade s činiteľom tlmenia

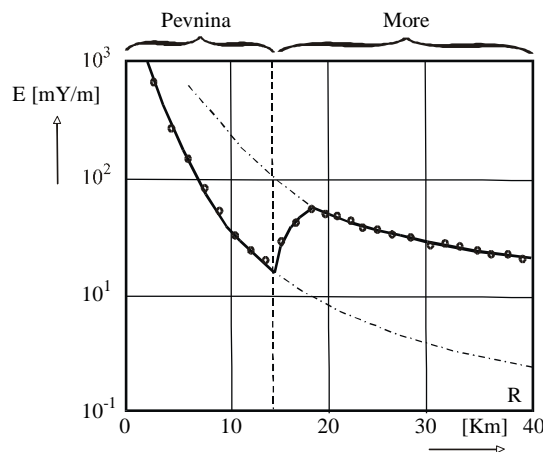
$$W_1 \approx \frac{1}{2S_1 R} . \quad (2.39)$$

Pri prechode do druhej oblasti sa elektrické pole mení v súlade so vzťahom (2.38). Pretože platí

$$\left| \frac{1}{S_1} \right| < \left| \frac{1}{\sqrt{S_1 S_2}} \right| \quad (2.40)$$

pri prechode do druhej oblasti nastáva skokové zväčšenie intenzity elektrického poľa (Obr. 2.6b). Podobne v prípade, že  $|S_1| < |S_2|$ , intenzita elektrického poľa pri prechode do druhej oblasti sa skokom zmenší (Obr. 2.6c).

Tieto javy boli potvrdené experimentálne. Na obrázku (Obr. 2.7) je nameraná závislosť intenzity elektrického poľa od vzdialenosti pri prechode elektromagnetickej vlny s vlnovou dĺžkou  $\lambda = 249\text{m}$  cez rozhranie pevnina – more. Výkon vysielačnej antény bol  $P_V = 50\text{kW}$ .



Obr. 1.7: Porovnanie experimentálnych údajov s teoretickou závislosťou intenzity elektrického poľa od vzdialenosti pri šírení elektromagnetickej vlny ( $\lambda=249\text{ m}$ ) na trase pevnina - more (výkon vysielača  $P_V=50\text{ kW}$ )

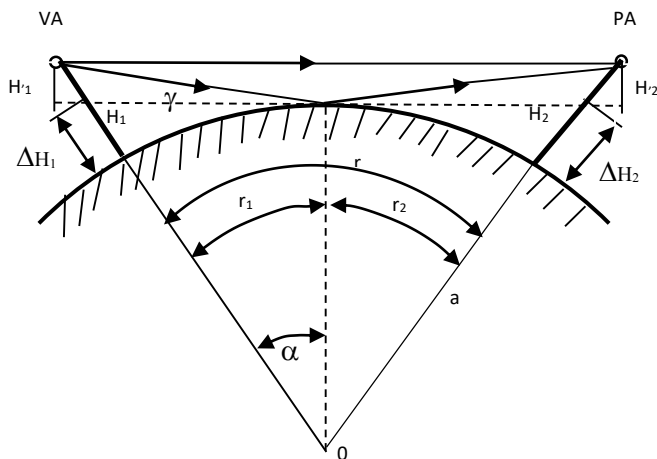
### 1.5. Šírenie elektromagnetických vln nad guľovým zemským povrchom

Ak pri analýze šírenia elektromagnetických vln uvažujeme zakrivenie zemského povrchu, môžeme použiť podobný prístup, ako pri šírení vln nad nehomogénnym rovinným zemským povrchom, t.j. previesť riešenie skutočného problému na riešenie problému šírenia vln nad rovinným zemským povrchom.

V prípade antény umiestnených nad zemským povrchom je uvažovanie zakrivenia zemského povrchu jednoduché, ak sa antény nachádzajú v oblasti priamej viditeľnosti. Vzťah (2.11) možno použiť, ak skutočné výšky antén  $H_1, H_2$  nahradíme redukovanými výškami  $H_1'$ , resp.  $H_2'$  (Obr. 2.8). Z jednoduchých geometrických vzťahov môžeme určiť dĺžku oblasti priamej viditeľnosti antén v tvare

$$R_0 = \sqrt{2a}(\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}), \quad (2.41)$$

kde  $a \approx 6378 \text{ km}$  je polomer Zeme.



**Obr. 1.8: Určenie redukovaných výšok antén**

Redukované výšky antény sa merajú od dotyčnicovej roviny preloženej bodom odrazu. Obrázok (Obr. 2.8) nie je nakreslený v mierke, v skutočnosti je  $H_1 \parallel H_1'$  a  $H_2 \parallel H_2'$ . Potom platí

$$H_1' \approx H_1 + \Delta H_1 \quad (2.42)$$

$$H_2' \approx H_2 + \Delta H_2. \quad (2.43)$$

Ďalej platí

$$\cos \alpha = \frac{a}{a + \Delta H_1} \approx 1 - \frac{\Delta H_1}{a}. \quad (2.44)$$

Pretože  $\alpha$  je malé, platí

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}. \quad (2.45)$$

Porovnaním vzťahov (2.44) a (2.45) dostaneme

$$\alpha = \frac{r_1}{a} = \sqrt{\frac{2\Delta H_1}{a}}, \quad (2.46)$$

z ktorého môžeme vyjadriť  $\Delta H_1$

$$\Delta H_1 = \frac{r_1^2}{2a}. \quad (2.47)$$

Analogicky dostaneme

$$\Delta H_2 = \frac{r_2^2}{2a}. \quad (2.48)$$

Redukované výšky sú potom

$$H_1' = H_1 - \frac{r_1^2}{2a} \quad (2.49)$$

$$H_2' = H_2 - \frac{r_2^2}{2a}. \quad (2.50)$$

Zo vzťahov (2.49) a (2.50) vyplýva, že na určenie redukovaných výšok potrebujeme poznať polohu bodu odrazu, t.j. vzdialenosti  $r_1, r_2$ , ktoré určíme z rovnice

$$\operatorname{tg} \gamma \approx \frac{H_1 - \frac{r_1^2}{2a}}{r_1} \approx \frac{H_2 - \frac{r_2^2}{2a}}{r_2}. \quad (2.51)$$

Pretože  $r_1 + r_2 = r$ , dostaneme pre  $r_1$  rovnicu 3. stupňa

$$2r_1^3 - 3rr_1^2 + (r^2 - 2aH_1 - 2aH_2)r_1 + 2aH_1 = 0. \quad (2.52)$$

Pre malé vzdialenosti  $r$ , t.j. keď

$$H_1 \gg \frac{r_1^2}{2a} \quad \text{a} \quad H_2 \gg \frac{r_2^2}{2a}, \quad (2.53)$$

tak platí

$$r_1 = \frac{H_1}{H_1 + H_2} r \quad \text{a} \quad r_2 = \frac{H_2}{H_1 + H_2} r, \quad (2.54)$$

čo zodpovedá rovinnému zemskému povrchu. Pre veľké vzdialenosti ( $\gamma \rightarrow 0$ ) dostaneme

$$r_1 = \frac{\sqrt{H_1}}{\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}} r \quad \text{a} \quad r_2 = \frac{\sqrt{H_2}}{\sqrt{H_1} + \sqrt{H_2}} r . \quad (2.55)$$

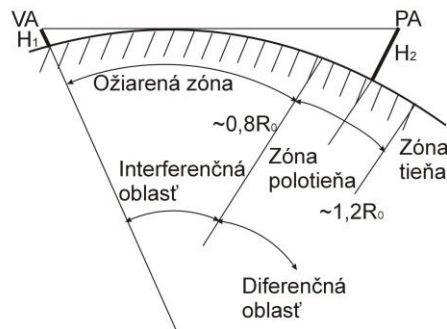
Pre ostatné prípady musíme vždy riešiť rovnicu (2.52).

Keď vzdialenosť medzi anténami je rovná dĺžke oblasti priamej viditeľnosti, redukované výšky sú nulové a podľa vzťahu (2.11) je nulové i elektromagnetické pole v mieste príjmu. Tento výsledok je v rozpore so skutočnosťou, že elektromagnetické pole existuje nielen v oblasti priamej viditeľnosti, ale aj ďaleko za jej hranicami. V praxi možno preto vzťah (2.11) použiť len do vzdialenosti

$$r \leq 0,7R_0 . \quad (2.56)$$

Túto oblasť nazývame interferenčnou oblasťou. V tejto oblasti môžeme elektromagnetické pole v mieste príjmu považovať za superpozíciu vlny priamej a vlny odrazenej.

Pri zväčšovaní vzdialenosti medzi anténami prechádzame z oblasti interferenčnej do oblasti difrakčnej, v ktorej už elektromagnetické pole nemožno považovať za superpozíciu elektromagnetických polí dvoch vln. Súvislosť pojmov interferenčná oblasť, difrakčná oblasť, oblasť polotieňa a oblasť tieňa je znázornená na obrázku (Obr. 2.9).



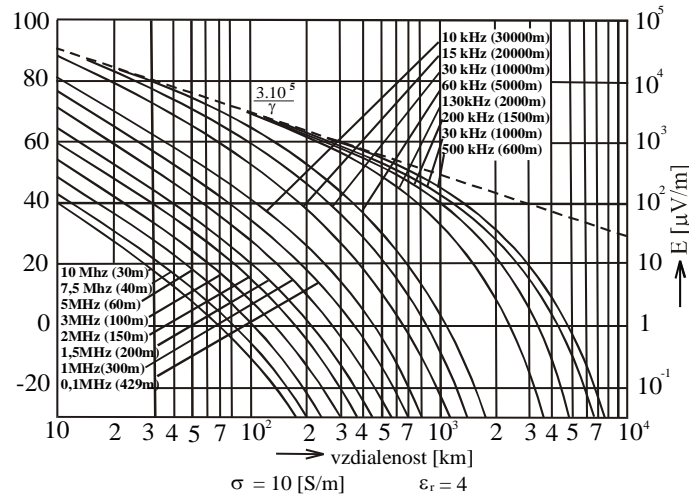
**Obr. 1.9: Rozdelenie trasy šírenia vlny nad guľovým zemským povrchom na oblasti**

Výpočet elektromagnetického poľa v difrakčnej oblasti je značne komplikovaný. Klasické riešenie tejto úlohy spočíva v riešení Maxwellových rovníc pre Zem a okolitý priestor s príslušnými okrajovými podmienkami a vedie na veľmi pomaly konvergujúci rad vytvorený z Legendreových, Hankelových a Besslových funkcií. Na základe tohto riešenia boli zhotovené krivky uľahčujúce technické výpočty, tzv. krivky šírenia (Obr. 2.10) pre antény umiestnené na zemskom povrchu.

Tieto krivky sú vzťahované na veľkosť netlmeného poľa v [  $\mu V / m$  ]

$$E_0 = \frac{3 \cdot 10^5}{r} , \quad (2.57)$$

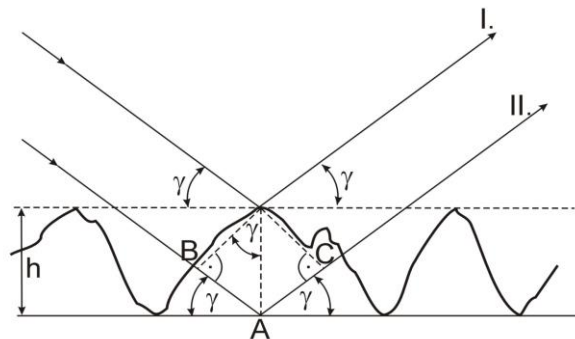
kde  $r$  je vzdialenosť v [km] medzi bodom vysielania a bodom príjmu. Táto veľkosť zodpovedá intenzite elektrického poľa krátkej zvislej antény umiestnenej na ideálne vodivom zemskom povrchu vyžarujúcej výkon 1 kW.



Obr. 1.10: Krivky šírenia povrchovej vlny ( $\sigma=10^{-3}$  S/m,  $\epsilon_r=4$ )

### 1.6. Vplyv nerovnosti zemského povrchu na šírenie prízemných elektromagnetických vln

Nerovnosti zemského povrchu majú na šírenie elektromagnetických vln vplyv, ktorý podstatným spôsobom závisí od pomeru vlnovej dĺžky a rozmerov nerovností. Tak napríklad hornatá krajina s nerovnosťami veľkými rádovo metre predstavuje pre veľmi dlhé vlny hladký zemský povrch, rovinná lúka s 10 cm vysokou trávou predstavuje pre centimetrové vlny drsný povrch.



Obr. 1.11: Odras rovinatej elektromagnetickej vlny od drsného povrchu

Pre kvantitatívne ohodnotenie nerovností (drsností) zemského povrchu sa používa Rayleighovo kritérium známe z optiky. Uvažujme, že na drsný zemský povrch dopadá pod uhlom  $\gamma$  rovinná elektromagnetická



vlna. Zaujímá nás, pri akej výške nerovností  $h$  začína zanikať zrkadlový odraz a vzniká rozptyl. Predpokladajme pre jednoduchosť, že všetky nerovnosti majú rovnakú výšku (Obr. 2.11). Pri vzniku odrazenej elektromagnetickej vlny musíme uvažovať dve roviny – dolnú hranicu nerovností a hornú hranicu nerovností. Dráhový rozdiel medzi vlnou odrazenou od dolnej hranice (II) a od hornej hranice (I) je

$$BAC = 2h \sin \gamma, \quad (2.58)$$

dôsledkom čoho je fázový rozdiel medzi vlnou I a II

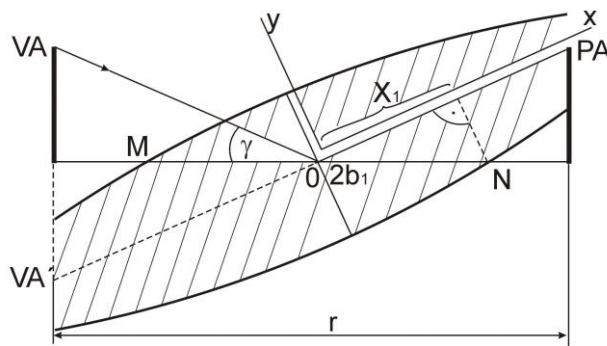
$$\Delta\varphi = \frac{4\pi h}{\lambda} \sin \gamma. \quad (2.59)$$

V praxi sa najčastejšie používa konvencia, že ak fázový rozdiel  $\Delta\varphi$  je väčší ako  $\pi/2$ , vzniká tzv. difúzny odraz vlny, v opačnom prípade nastáva zrkadlový odraz vlny. Z toho vyplýva, že maximálna výška nerovností, pri ktorej odrážajúci povrch môžeme ešte považovať za hladký, závisí od vlnovej dĺžky a uhla dopadu podľa vzťahu

$$h \ll \frac{\lambda}{8 \sin \gamma}. \quad (2.60)$$

Nerovnosti (2.60) sa nazývajú Rayleighovým kritériom a predstavuje približný odhad pre určenie vplyvu nerovností zemského povrchu na šírenie prízemných elektromagnetických vln. Toto kritérium nezhrňuje vplyv polarizácie na odraz.

V interferenčnej oblasti intenzita elektrického poľa v mieste príjmu je súčtom intenzity priamej a odrazenej vlny. Nerovnosti zemského povrchu majú vplyv na veľkosť koeficienta odrazu a tým i na intenzitu poľa odrazenej vlny. Vznik difúzneho odrazu (rozptyl) je ekvivalentný zníženiu absolútnej hodnoty koeficienta odrazu. Pre určenie konkrétnej časti zemského povrchu, ktorá má vplyv na vlastnosti odrazenej vlny, je potrebné zostrojiť prvú priestorovú Fresnelovu zónu medzi zrkadlovým obrazom vysielacej antény (VA) a prijímacou anténou (PA) (Obr. 2.12). Prienik tejto Fresnelovej zóny s rovinou odrazu určuje oblasť zemského povrchu, ktorá má podstatný vplyv na odraz (oblasť medzi bodmi M a N).



Obr. 1.12: Určenie oblasti zemského povrchu rozhodujúcej o charaktere odrazenej vlny

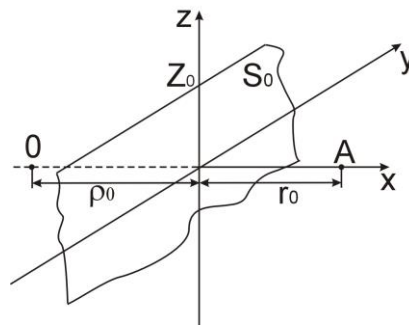
V súčasnosti ešte nie sú vypracované všeobecne použiteľné postupy na určenie koeficientov odrazu od drsného zemského povrchu. Merania ukazujú, že elektromagnetické vlny s vlnovou dĺžkou  $\lambda \ll 1m$  pri uhloch  $\gamma \approx 2 \div 3^\circ$  sa odrážajú od zemského povrchu zásadne difúznym spôsobom.

### 1.7. Vplyv prekážok na šírenie prízemných elektromagnetických vln

Vplyv prekážok na šírenie elektromagnetických vln môžeme približne analyzovať pomocou jednoduchého modelu - difrakcie na okraji nekonečnej vodivej polroviny (Obr. 2.13) Vypočítame elektromagnetické pole v bode  $A$  vytvorené zdrojom umiestneným v bode  $O$ . Použijeme vzťah (1.46), pričom budeme predpokladať, že elektromagnetické pole na vodivej polrovine je nulové a na zostávajúcej časti roviny, v ktorej leží táto vodivá polrovina, je rovnaké ako vo voľnom priestore.

Ako už vieme, rozhodujúci príspevok k poľu v bode pozorovania majú elementárne sekundárne zdroje v oblasti niekoľkých prvých Fresnelových zón. Zavedením kartézskej súradnicovej sústavy tak, že vodivá polrovina  $S_0$  (prekážka) leží v rovine  $x, y$  a os  $x$  je totožná s priamkou  $OA$ , môžeme pre  $S_0$  písať vzťah

$$\zeta + r = \zeta_0 \sqrt{1 + \frac{y^2 + z^2}{\zeta_0^2}} + r_0 \sqrt{1 + \frac{y^2 + z^2}{r_0^2}} \approx \zeta_0 + r_0 + \frac{y^2 + z^2}{2} \left( \frac{1}{\zeta_0} + \frac{1}{r_0} \right). \quad (2.61)$$



Obr. 1.13: Difrakcia vln na okraji vodivej polroviny

Využitím vzťahu (2.61) a nahradením pomaly sa meniacich funkcií ich funkčnými hodnotami v bode stacionárnej fázy v integrále vo vzťahu (1.46) dostaneme

$$\vec{E}(A) = \frac{j}{\lambda} \vec{E}_0 \frac{e^{-jk(\zeta_0 + r_0)}}{\zeta_0 + r_0} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{z_0}^{\infty} e^{-j \frac{k}{2} \left( \frac{1}{\zeta_0} + \frac{1}{r_0} \right) (x^2 + y^2)} dy dz. \quad (2.62)$$

Zavedením substitúcií (2.63) a (2.64)

$$u = z \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left( \frac{1}{\zeta_0} + \frac{1}{r_0} \right)} \quad (2.63)$$

$$v = y \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left( \frac{1}{\zeta_0} + \frac{1}{r_0} \right)} \quad (2.64)$$

môžeme vzťah (2.62) prepísať do tvaru)

$$\vec{E}(A) = \frac{j}{\lambda} \vec{E}_0 \frac{e^{-jk(\zeta_0+r_0)}}{\zeta_0+r_0} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}v^2} dv \int_{u_0}^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}u^2} du, \quad (2.65)$$

kde platí

$$u_0 = z_0 \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left( \frac{1}{\zeta_0} + \frac{1}{r_0} \right)}. \quad (2.66)$$

Prvý integrál vo vzťahu (2.65) je

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}v^2} dv = \sqrt{\frac{2}{j}}, \quad (2.67)$$

keby vodivá polovina neexistovala, tzv.  $u_0 = -\infty$ , druhý integrál by mal tiež hodnotu  $-\sqrt{2/j}$  a pre pole v bode A by platil vzťah

$$\vec{E}(A) = \vec{E}_0 \frac{e^{-jk(\zeta_0+r_0)}}{\zeta_0+r_0}, \quad (2.68)$$

čo je vzťah pre elektrické pole vo voľnom priestore. Druhý integrál vo vzťahu (2.65) teda charakterizuje vplyv vodivej polroviny na pole v bode pozorovania A. Zavedením pojmu činiteľa tlmenia  $W(u_0)$  môžeme elektrické pole v bode A vyjadriť vzťahom

$$\vec{E}(A) = \vec{E}_0 \frac{e^{-jk(\zeta_0+r_0)}}{\zeta_0+r_0} W(u_0), \quad (2.69)$$

kde platí

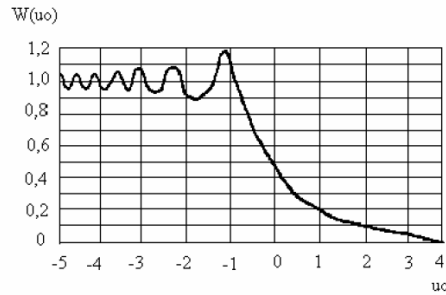
$$W(u_0) = \sqrt{\frac{2}{j}} \int_{u_0}^{\infty} e^{-j\frac{\pi}{2}u^2} du. \quad (2.70)$$

Integrál vo vzťahu (2.70) môžeme vyjadriť pomocou Fresnelových integrálov  $C(u_0)$  a  $S(u_0)$ .

$$W(u_0) = \sqrt{\frac{2}{j}} \left\{ \left[ \frac{1}{2} - C(u_0) \right] - j \left[ \frac{1}{2} - S(u_0) \right] \right\} \quad (2.71)$$

$$C(u_0) = \int_0^{u_0} \cos\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du \quad (2.72)$$

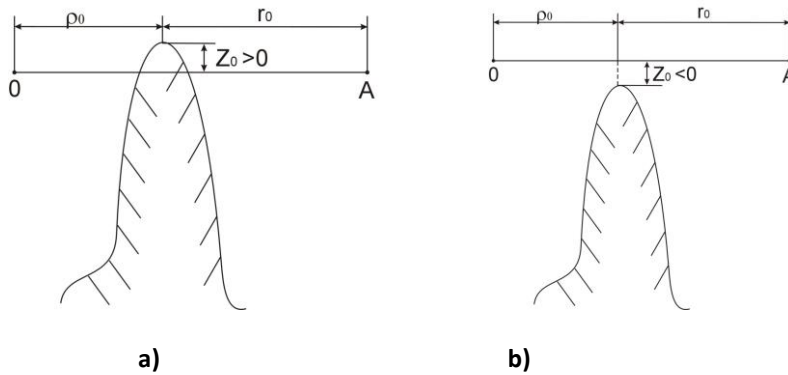
$$S(u_0) = \int_0^{u_0} \sin\left(\frac{\pi}{2}u^2\right) du \quad (2.73)$$



**Obr. 1.14:** Závislosť modulu koeficientu tlmenia  $W(u_0)$  od výšky prekážky pre pole za prekážkou  $u_0$

Závislosť činiteľa tlmenia od  $u_0$  je na obrázku (Obr. 2.14). Vidíme, že existujú body  $u_0$ , t.j. miesta v priestore za prekážkou, v ktorých je intenzita elektrického poľa väčšia ako vo voľnom priestore, t.j. dochádza k zosilneniu príjmu v porovnaní s prípadom, keď neexistuje.

Kladné hodnoty  $z_0$  (resp.  $u_0$ ) sú v prípade, že prekážka pretína spojnicu zdrojového bodu a bodu pozorovania (Obr. 2.15a), záporné hodnoty sú v prípade, že existuje priama viditeľnosť medzi týmito bodmi (Obr. 2.15b).



**Obr. 1.15:** Vplyv prekážok na šírenie prízemných elektromagnetických vln